
CICLO DE TREINAMENTO PARA AS OLIMPIADAS DE MATEMÁTICA - 2013

Encontro 05 - 20/06/2013 - Prof. Carlos Gomes

Problemas Aritmética - II

1. Supondo que as letras G, O, L, E e S representam dígitos entre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 (não necessariamente diferentes) e que GOL e GOLES são números de 3 e 5 algarismos tais que

$$\text{GOL} \times \text{GOL} = \text{GOLES}$$

Qual o valor da soma $G + O + L + E + S$?

2. Observe que:

$$1^3 = 1$$

$$2^3 = 3 + 5$$

$$3^3 = 7 + 9 + 11$$

$$4^3 = 13 + 15 + 17 + 19$$

$$5^3 = 21 + 23 + 25 + 27 + 29$$

⋮

Represente 50^3 como a soma de 50 números ímpares consecutivos.

3. Se n é um número inteiro positivo, a expressão $n!$, denota o produto de todos os inteiros positivos menores do que ou iguais a n , ou seja:

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \cdots \times 2 \times 1$$

Determine o menor inteiro positivo m para o qual o número

$$1! \times 2! \times 3! \times \cdots \times m!$$

é um múltiplo de 2010.

4. Daqui a 3 anos, as idades de Darío, Esteban e Franco serão proporcionais aos números 3, 5 e 7 nesta ordem. Daqui a 12 anos as suas idades serão proporcionais aos números 3, 4 e x , também nesta ordem. Determine x .
5. Seja $N = abc$ um número de três dígitos, onde a , b e c são números primos, distintos entre si. Se N é divisível por cada um dos seus dígitos, determine o valor de N .

6. É escrita uma lista ordenada de todos os números de 4 dígitos que são formados apenas por algarismos ímpares, da seguinte forma:

1111, 1113, 1115, 1117, 1119, 1131, ...

O número 1111 é o 1º elemento da lista, o 1113 é o 2º elemento da lista, e assim sucessivamente. Qual o número que ocupa a posição 128 nesta lista?

7. Qual o resto da divisão do número $11^{600} + 11^{598} + 11^{596} + \dots + 11^2 + 11^0$ por 111?

8. Qual o algarismo das unidades do número $2010^1 + 2009^2 + 2008^3 + \dots + 1991^{20}$?

9. Numa parede estão escritos os números de 1 a 999999, de modo consecutiva, como mostra a ilustração abaixo:

123456789101112 ... 999998999999

quantas vezes aparece o bloco 2010 nesta lista?

10. Simplifique $\sqrt{2^{2010} + 2^{1006} + 1} - \sqrt{2^{2010} - 2^{2006} + 1}$.

11. Se os números de dois dígitos ab e ba são raízes da equação $x^2 - 66x + k = 0$. Qual a soma dos possíveis valores de k ?

12. Prove que nenhum dos números 1573, 157573, 15757573, ... é um número primo.