



CICLO DE TREINAMENTO PARA AS OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA - 2013

Encontro 06 - 22/06/2013 - Prof. Carlos Gomes

Problemas sobre jogos e estratégias vencedoras - I

1. (OBM-2008) No quadro negro são escritos os números $1^2, 2^2, 3^2, \dots, 2008^2$. Pedro e Igor jogam um jogo onde eles apagam alternadamente um número por vez até sobra apenas dois números. Se a diferença entre estes dois números for múltiplo de 2009, Igor vence. Caso contrário, quem vence é Pedro. Sabendo que Pedro é o primeiro a jogar, diga quem possui a estratégia vencedora. Justifique sua resposta.
2. Um mágico quer fazer o seguinte truque. Pede a presença de um voluntário da audiência cuja idade é em nanos. No quadro-negro, o mágico escreve em linha reta ninteiros positivos. Depois, no espaço entre dois números consecutivos quaisquer, o mágico pede para o voluntário escrever a diferença entre os inversos dos números à esquerda e à direita deste espaço. O voluntário fica surpreso ao encontrar todas as citadas diferenças iguais. Explique como o mágico consegue fazer o truque.
3. Um garoto brinca na praia com um balde com capacidade para 3 litros e um balde com capacidade para 5 litros. Como o garoto deve proceder para separar, exatamente, 4 litros de água?
4. Você consegue arrumar todas as 28 peças de um jogo de dominó numa cadeia, seguindo as regras do jogo, de modo que o número 5 esteja no início e o número 6 esteja no final?
5. Escreve-se no quadro-negro os números inteiros de 1 a 100. Dois jogadores disputam o seguinte jogo, em que jogam alternadamente. Uma jogada consiste em apagar um dos números escritos. O jogo termina quando restam somente dois números no quadro-negro. O primeiro jogador vence se a soma desses dois números é divisível por 3; o segundo jogador ganha caso contrário. Quem vence: o primeiro ou o segundo jogador? Qual a estratégia usada para vencer?
6. Numa escola, 100 crianças contam suas economias. Elas verificam que o total de cada uma é um número inteiro de reais e que a quantia de todas varia de 1 a 100 reais, sendo que duas crianças quaisquer não possuem a mesma quantia. É possível dividir as crianças em dois grupos, de modo que nenhuma criança de qualquer um dos grupos tenha duas vezes a quantidade de reais que outra do mesmo grupo?
7. Dois amigos se divertem com o seguinte jogo. O primeiro jogador escreve no quadro-negro um inteiro de 1 a 8 inclusive. O segundo jogador escolhe um número qualquer de 1 a 8 inclusive, e escreve no quadro-negro a soma do número escolhido com o número que está no quadro-negro. A seguir, o primeiro jogador escolhe um número de 1 a 8 inclusive e soma este número ao último número no quadro, e assim eles vão jogando, alternadamente, até que um deles obtenha o número 46, vencendo o jogo. Quem vence o jogo? Qual é a estratégia para vencer?