
CICLO DE TREINAMENTO PARA AS OLIMPIADAS DE MATEMÁTICA - 2013

Encontro 07 - 01/08/2013 - Prof. Carlos Gomes

Problemas sobre jogos e estratégias vencedoras - II

1. Você tem cinco sacos de moedas, cada um contendo cinquenta moedas. Todas as moedas de um único saco são “defeituosas”, cada uma delas pesa uma grama menos que as normais. Você recebe uma balança com escala (balança com um único prato) e só pode fazer uma pesagem. Como descobrir qual o saco das moedas “defeituosas”?
2. (OBM-2008) Em uma matriz 2008×2008 o elemento na linha i e coluna j é o número $i + j$ (as linhas e colunas são numeradas de 1 a 2008). Escolhem-se 2008 elementos desta matriz de modo que não haja dois elementos escolhidos numa mesma linha ou coluna. Os elementos são multiplicados. Qual o menor produto que se pode obter desta forma?
3. Pinta-se de vermelho 2008 vértices de um polígono regular de 2009 lados. O outro vértice pinta-se de verde. Seja G o número total dos polígonos tendo um vértice verde e os outros vermelhos. Seja R o número total dos polígonos com todos os vértices vermelhos. Qual é o maior: R ou G ?
4. Um inteiro positivo é chamado de **formidável** se ele pode ser escrito como soma de potências quartas de inteiros positivos distintos e é dito bem **sucedido** se pode ser escrito como soma de potências sextas de inteiros positivos distintos. Diga, justificando, se o número 2008 pode ser escrito como soma de um número formidável e um número bem sucedido.
5. Tem-se inicialmente um monte com n caroços de feijão sobre uma mesa, com $n = 3$. Dois jogadores, A e B , disputam um jogo, em que jogam alternadamente. O jogador A começa. Uma jogada consiste em escolher um monte de feijão sobre a mesa e separá-lo em dois montes. O vencedor é o jogador que, ao concluir sua jogada, reste sobre a mesa somente montes com 1 ou 2 caroços de feijão. Para quais valores de n o jogador A vence, supondo que A e B fazem sempre as melhores jogadas?
6. Duas mil crianças numa escola formam uma fila. A primeira criança diz alto o número 1; a segunda fala dois mais o primeiro, ou seja, a segunda criança fala 3; a terceira fala 3 mais o anterior, ou seja, a terceira criança fala 6; a quarta fala 2 mais o anterior, ou seja, a quarta criança fala 8; a quinta criança fala 3 mais o anterior, ou seja a quinta criança fala 11, e assim sucessivamente. Que número diz a criança que está no lugar 1999? Alguma criança fala o número 1999?
7. Seja $n > 2$ um inteiro par. Nas casas de um tabuleiro de $n \times n$ devem-se colocar fichas de modo que em cada coluna a quantidade de fichas seja par e distinta de zero, e em cada linha a quantidade de fichas seja ímpar. Determinar a menor quantidade de fichas que precisamos colocar no tabuleiro para cumprir esta regra. Mostrar uma configuração com essa quantidade de fichas e explicar porque com menos fichas não se pode cumprir a regra.