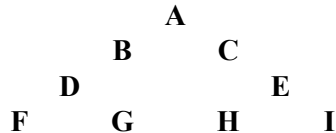


**19ª Olimpíada de Matemática do Estado do Rio Grande do Norte - 2008**  
**Segunda Etapa – Em 27/09/2008**  
**Prova do Nível I (6º ou 7º Séries) – (antigas 5ª ou 6ª séries)**

**1ª Questão:**

Substitua as nove letras da figura abaixo pelos números inteiros 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, de maneira que nenhum número apareça mais de uma vez e de tal modo que a soma dos números nos vértices dos triângulos equiláteros ABC, DFG, EHI, ADE, BFH, CGI, AFI seja a mesma.



Apresente todas as soluções possíveis.

**2ª Questão**

Um pai tem 14 presentes, distribuídos em envelopes lacrados contendo 1, 2, 3, ... 14 chocolates, respectivamente, que ele pretende distribuir entre suas filhas Alice, Beatriz e Camila, de modo que cada uma das filhas receba a mesma quantidade de chocolates.

Como o pai pode fazer esta distribuição? Dê mais de uma possibilidade.

E se em vez de 14 fossem 13 envelopes contendo 1, 2, 3, ...13 chocolates, respectivamente?

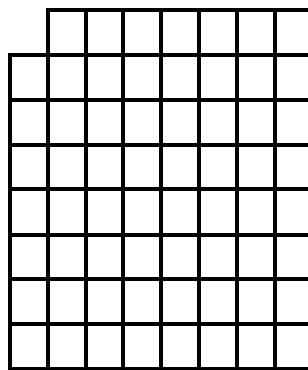
**3ª Questão:**

Coloque ou 1 ou - 1 em cada um dos quadrados unitários de um tabuleiro 11 x 7. Em seguida, calcule o produto de todos os números em cada uma das 11 linhas e cada uma das 7 colunas.

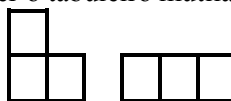
Diga, justificando, se é possível arrumar os números no tabuleiro de modo que a soma dos 18 produtos seja zero.

**4ª Questão :**

Apague um quadrado unitário num dos cantos de um tabuleiro 8 x 8., veja figura a seguir.



Diga, justificando, se podemos preencher o tabuleiro mutilado usando peças dos seguintes modelos



usando no mínimo uma peça de cada tipo.

**19ª Olimpíada de Matemática do Estado do Rio Grande do Norte - 2008**  
**Segunda Etapa – Em 27/09/2008**

**Prova do Nível II (8ª ou 9ª Séries) – (antigas 7ª ou 8ª Séries)**

**1ª Questão:**

Um garoto conseguiu juntar um total de R\$ 5.900,00 (cinco mil e novecentos reais), usando somente cédulas de 10, 20, 50 e 100 reais. Ele contou as cédulas de 10 e 20 reais e verificou ter juntado, ao todo, 50 cédulas. O garoto observou que, entre as cédulas de 50 e 100 reais, juntou ao todo, 100 cédulas.

Quantas cédulas de cada tipo o garoto possui? Dar todas as possibilidades.

**2ª Questão:**

Preencha os quadrados unitários de um tabuleiro  $4 \times 4$  com os números  $-1, 0, 1$ , usando um número em cada quadrado, de modo que os oito números correspondentes as somas dos números nas linhas e nas colunas sejam distintos.

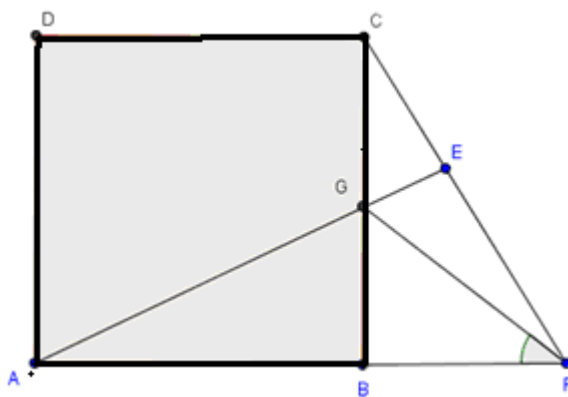
**3ª Questão:**

Coloque ou  $1$  ou  $-1$  em cada um dos quadrados unitários de um tabuleiro  $11 \times 7$ . Em seguida, calcule o produto de todos os números em cada uma das 11 linhas e cada uma das 7 colunas.

Diga, justificando, se é possível arrumar os números no tabuleiro de modo que a soma dos 18 produtos seja zero.

**4ª Questão:**

Na figura abaixo,  $ABCD$  é um quadrado e o segmento  $AE$  é perpendicular ao segmento  $CF$ .

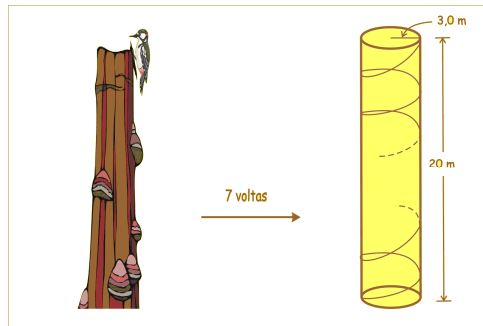


Determine a medida do ângulo  $\widehat{BFG}$

**19ª Olimpíada de Matemática do Estado do Rio Grande do Norte - 2008**  
**Segunda Etapa – Em 27/09/2008**  
**Prova do Nível III (Ensino Médio)**

**1ª Questão:**

Um pica-pau marca a bicadas seu caminho quando ele desce ao longo do tronco cilíndrico de uma árvore, começando 20 metros acima do nível do solo. O pássaro segue uma trajetória em espiral (hélice cilíndrica) e dá a volta sete vezes ao longo da árvore até o chão. O tronco cilíndrico tem raio de 3 metros.



Determine a distância total percorrida pelo pica-pau.

**2ª Questão:**

Seja  $P$  um conjunto do plano contendo 2008 pontos distintos, de tal modo que quaisquer 4 destes pontos distintos pertencem a um círculo do plano. Mostre que todos os 2008 pontos pertencem ao mesmo círculo.

**3ª Questão:**

Colocam-se, aleatoriamente, quatro bolas pretas e cinco bolas brancas em torno de um círculo. A operação seguinte é permitida. Se duas bolas consecutivas são de mesma cor, se insere uma nova bola preta entre elas. Caso contrário, se insere uma nova bola branca. Retiram-se as bolas pretas e as brancas antes da inserção. Repetindo a operação um número finito de vezes, é possível obter nove bolas brancas?

**4ª Questão:**

Marcam-se vinte e sete pontos sobre um círculo, de modo que eles sejam os vértices de um polígono regular de 27 lados. Alguns destes pontos são pintados de verde e os outros de amarelo, mas a pintura é feita de modo que entre dois pontos verdes existem no mínimo dois pontos amarelos.

Nestas condições, podemos garantir que existem três destes pontos amarelos que são vértices de um triângulo equilátero?