

Olimpíada de Matemática do Estado do Rio Grande do Norte

Lista de exercícios para treinamento N° 02/2010

(Nível III)

Problema 1

A parábola $y(x) = ax^2 + bx^2 + c$, onde $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, tem vértice (h, k) . Refletindo a parábola em torno da reta $y = k$ resulta numa outra parábola $y_1(x) = dx^2 + cx + f$.

O valor da expressão $a + b + c + d + e + f$ é igual a:

- a) $2b$
- b) $2c$
- c) $2^a + 2b$
- d) $2h$
- e) $2k$

Problema 2

Quando dividimos o polinômio $P(x)$, com coeficientes reais, por $x - 19$, obtemos resto 99, e quando dividimos $P(x)$ por $x - 99$, obtemos resto 19.

O resto da divisão de $P(x)$ por $(x - 19)(x - 99)$ é igual a:

- a) $-x + 80$
- b) $X + 80$
- c) $-x + 118$
- d) $X + 118$
- e) 0

Problema 3

O polinômio $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, possui a propriedade de que a média aritmética de suas raízes, o produto das raízes e a soma de todos os coeficientes são iguais.

Se o eixo Y intercepta o gráfico de $y = P(x)$ em $y = 2$, o valor de b é igual a:

- a) -11
- b) -10

- c) -9
- d) 1
- e) 5

Problema 4

Seja $P(x)$ um polinômio com coeficientes reais tal que $P(x/3) = x^2 + x + 1$.

A soma de todos os valores x para os quais $P(3x) = 7$ é igual a:

- a) $-1/3$
- b) $-1/9$
- c) 0
- d) $5/9$
- e) $5/3$

Problema 5

As equações $x^2 + ax + 1 = 0$ e $x^2 - x - a = 0$ tem soluções em comum se o valor de a for igual a:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) Infinitos valores

Problema 6

As raízes da equação $x^2 + px + q = 0$ são os cubos das raízes da equação $x^2 + mx + n = 0$.

Assinale a afirmativa correta:

- a) $p = m^3 + 3mn$
- b) $p = m^3 - 3mn$
- c) $p = 3mn - m^3$
- d) $p + q = m^3$
- e) $\left(\frac{m}{n}\right)^3 = \frac{p}{q}$

Problema 7

Você consegue arrumar todas as 28 peças de um jogo de dominó numa cadeia, seguindo as regras do jogo, de modo que o número 5 esteja no início e o número 6 esteja no final?

- a) Sim
- b) Não
- c) Só se no início estiver a peça 5-5
- d) Só se no final estiver a peça 6-6
- e) Nada se pode dizer

Problema 8

Num tabuleiro de xadrez, um cavalo faz n movimentos, onde n é um número natural, e retorna ao quadrado em que ele começou.

Podemos dizer que:

- a) $n = 64$
- b) n é ímpar
- c) n é par
- d) $n = 8^2 - 1$

Problema 9

Seja n um número natural. A expressão $E(n)$ é definida como sendo a soma dos dígitos par de n , quando n está escrito na base 10. Por exemplo, $E(1946) = 4 + 6 = 10$.

O valor de $E(1) + E(2) + E(3) + \dots + E(99) + E(100)$ é igual a:

- a) 200
- b) 300
- c) 400
- d) 900
- e) 2250

Problema 10

Seja n um número natural. Definimos $S(n)$ e $P(n)$ como sendo a soma dos dígitos de n e o produto dos dígitos de n , respectivamente, quando n está escrito na base 10. Por exemplo, $S(63) + P(25) = 9 + 10 = 19$.

Seja M um número natural de dois dígitos tal que $S(M) + P(M) = M$. O dígito das unidades de M é:

- a) 2
- b) 3
- c) 6
- d) 8
- e) 9

Gabarito

- 1) **E**
- 2) **C**
- 3) **A**
- 4) **B**
- 5) **B**
- 6) **B**

7) B

8) C

9) C

10) E