

LISTA DE EXERCÍCIOS PARA TREINAMENTO - 2010 NÍVEL I

Coordenador: Prof. Benedito Tadeu V. Freire

Colaborador: José Maria Gomes

TEMA: Produtos Notáveis e Fatoração

• RESUMO TEÓRICO

1. PRODUTOS NOTÁVEIS

- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
- $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac)$
- $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b).(b + c).(a + c)$

2. FATORAÇÕES USUAIS

- $ax + by = a(x + y)$
- $a^2 - b^2 = (a + b).(a - b)$
- $a^3 - b^3 = (a - b).(a^2 + ab + b^2)$
- $a^3 + b^3 = (a + b).(a^2 - ab + b^2)$
- $ax^2 + bx + c = 0$ com α e β raízes da equação, então:
 $ax^2 + bx + c = a.(x - \alpha).(x - \beta)$
 $\alpha + \beta = \frac{-b}{a} \quad \alpha.\beta = \frac{c}{a}$

QUESTÕES PROPOSTAS

1. O número natural N para o qual $(10^{12} + 2500)^2 - (10^{12} - 2500)^2 = 10^n$ é igual a:

- a) 10 b) 12 c) 14 d) 16 e) 18

2. O valor de $(1999998).(1999998) - (1999996).(2000000)$ é igual a:

- a) 104 b) 24 c) 14 d) 10 e) 4

3.

a) Se $a + b + c = 0$ mostre que $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

b) Qual o valor de:

$$\frac{4011^3 - 2006^3 - 2005^3}{(4011) \cdot (2006) \cdot (2005)}$$

4. Calcule:

$$\frac{(10^4 + 324) \cdot (22^4 + 324) \cdot (34^4 + 324) \cdot (46^4 + 324) \cdot (58^4 + 324)}{(4^4 + 324) \cdot (16^4 + 324) \cdot (28^4 + 324) \cdot (40^4 + 324) \cdot (52^4 + 324)}$$

5. Encontre as soluções reais do sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 9 \\ \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{\sqrt[3]{y}} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{y}} \right) = 18 \end{cases}$$

6. Determine o valor das expressões abaixo:

a) $\frac{5932 \cdot 6001 - 69}{5932 + 6001 \cdot 5931}$

b) $\frac{(2004^2 - 2010) \cdot (2004^2 + 4008 - 3) \cdot (2005)}{(2001) \cdot (2003) \cdot (2006) \cdot (2007)}$

c) $\frac{1000000005184}{1012072 \cdot 123509}$

7. Se $x > 0$ e $x + \frac{1}{x} = 5$, calcule:

$$x^5 + \frac{1}{x^5}$$

8. Sabendo que $a + b = 6$, encontre o valor de

$$\frac{a^{32} - b^{32}}{(a^2 + b^2) \cdot (a^4 + b^4) \cdot (a^8 + b^8) \cdot (a^{16} + b^{16})} + 12b$$

9. Se a e b são raízes da equação $x^2 - x - 5 = 0$. Determine o valor de:

$$(a^2 + 4b - 1) \cdot (b^2 + 4a - 1).$$

10. Se $a + b + c = 0$ com $a \neq 0, b \neq 0$ e $c \neq 0$. Determine o valor da expressão:

$$\left(\frac{a-b}{c} + \frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b}\right) \cdot \left(\frac{c}{a-b} + \frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a}\right)$$

11. Se a e b são raízes da equação $x^2 + x - 1 = 0$, determine o valor de:
 $a^{11} + a^{10} \cdot b + a^9 \cdot b^2 + a^8 \cdot b^3 + a^7 \cdot b^4 + a^6 \cdot b^5 + a^5 \cdot b^6 + a^4 \cdot b^7 + a^3 \cdot b^8 + a^2 \cdot b^9 + a \cdot b^{10} + b^{11}$

12. Determine $x^2 + y^2$ com $x, y \in \mathbb{N}$ e $xy + x + y = 71$ e $x^2y + xy^2 = 880$.

13. Se x, y e z são números reais tais que

$$\frac{x}{y-z} + \frac{y}{z-x} + \frac{z}{x-y} = 0 \text{ com } x \neq y, x \neq z \text{ e } y \neq z, \text{ então,}$$

$$\frac{x}{(y-z)^2} + \frac{y}{(z-x)^2} + \frac{z}{(x-y)^2} \text{ é igual a:}$$

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

14. O produto

$$P = (\sqrt{19} + \sqrt{79} + \sqrt{98}) \cdot (\sqrt{19} + \sqrt{79} - \sqrt{98}) \cdot (\sqrt{19} - \sqrt{79} + \sqrt{98}) \cdot (-\sqrt{19} + \sqrt{79} + \sqrt{98})$$

é igual a:

- a) 6000 b) 6002 c) 6004 d) 6006 e) 6008

15. Dado o sistema:

$$\begin{cases} xy + x + y = 11 \\ xz + x + z = 14 \\ yz + y + z = 19 \end{cases}$$

Sabe-se que exatamente dois ternos (x, y, z) satisfazem. Calcule a soma das coordenadas desses ternos.

GABARITO

- | | |
|---|----------|
| 1. D | 10. 9 |
| 2. E | 11. -144 |
| 3. | 12. 146 |
| A) Demonstração | 13. A) |
| B) 3 | 14. C) |
| 5. 373 | 15. -6 |
| 6. | |
| A) Demonstração | |
| B) Demonstração | |
| C) $(1, \frac{1}{8})$ ou $(\frac{1}{8}, 1)$ | |
| 7. | |
| A) 1 | |
| B) 2005 | |
| C) 8 | |
| 8. 2525 | |
| 9. 36 | |
| 10.-5 | |