



OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE
LISTA DE PROBLEMAS PARA TREINAMENTO - 2011
NÍVEIS I e II

Problema 1

Calcule:

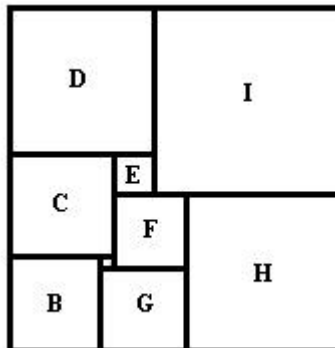
(a) $\frac{20092008^2}{20092007^2 + 20092009^2 - 2}$ b) $3 - \frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \frac{1}{20} - \frac{1}{30} - \frac{1}{42} - \frac{1}{56}$

(c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} + \frac{1}{143}$ (d) $\frac{3^2+1}{3^2-1} + \frac{5^2+1}{5^2-1} + \frac{7^2+1}{7^2-1} + \dots + \frac{99^2+1}{99^2-1}$

(e) $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \frac{1}{1+2+3+4+5} + \dots + \frac{1}{1+2+3+4+5+\dots+51}$

Problema 2

Arrumam-se nove quadrados para formar um retângulo, veja figura a seguir.



O menor dos quadrados tem lado com comprimento 1.
 Qual é a área do retângulo?

Problema 3

Encontre um número natural n para o qual o número inteiro $2^8 + 2^{10} + 2^n$ seja um quadrado perfeito.

Problema 4

Seja m um número inteiro positivo. Sabendo-se que a equação $\frac{8}{3}x - m = \frac{9}{4}x + 123$ admite um inteiro positivo como solução, encontre o valor mínimo possível para o número m .

Problema 5

Na tabela abaixo, os números a, b, c, d, e, f são números racionais e a soma dos números em cada linha, em cada coluna e em cada diagonal são todas iguais.

a	b	6
c	d	e
f	7	2

Encontre o valor de: $a + b + c + d + e + f$.

Problema 6

Sejam a, b, c números reais. Encontre o menor valor possível para a expressão:

$$E = 3a^2 + 27b^2 + 5c^2 - 18ab - 30c + 237.$$

Problema 7

Diga, justificando, se é possível pintar um tabuleiro 190×190 com as cores branco e preto de modo que, em cada linha e em cada coluna, a metade dos quadrados unitários sejam pretos e quadrados simétricos com relação ao centro tenham cores opostas.

Problema 8

Um livro contém 30 contos. Cada conto possui um número diferente de páginas abaixo de 31. O primeiro conto começa na página 1 e cada conto começa numa nova página. Qual é o maior número possível de contos que podem começar numa página de número ímpar?

Problema 9

Diga, justificando (sem usar uma calculadora), qual é o maior dos números: 31^{11} ou 17^{14} .

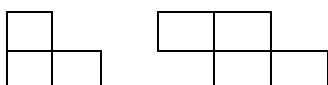
Problema 10

Em torno de um círculo, existem K lâmpadas, numeradas no sentido horário de 1 a K . Inicialmente, nenhuma lâmpada está acesa. A operação seguinte é permitida para cada divisor d do número K (1 e K estão incluídos): começando a partir da lâmpada numerada com 1 e movendo-se no sentido horário, altera-se o estado de cada lâmpada de d em d lâmpadas, e isto é repetido exatamente K vezes. (Por exemplo, se $K = 6$ e $d = 3$, são alterados os estados das lâmpadas 3, 6, 3, 6, 3, 6).

Depois de se completar essa operação para todos os divisores de K , para quais valores de K estarão todas as lâmpadas acesas?

Problema 11

Para quais números naturais n é possível cobrir todos os quadrados unitários de um retângulo de ordem $3 \times n$ com figuras formadas a partir de quadrados unitários das formas seguintes e sem sobreposição?



Respostas

Problema	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Resposta	(a) $\frac{1}{2}$ (b) $2\frac{1}{8}$ (c) $\frac{6}{13}$ (d) $49\frac{49}{100}$ (e) $\frac{25}{26}$	1056	10 é uma resposta	2	12	192	Não	23	