



OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE
LISTA DE PROBLEMAS PARA TREINAMENTO - 2011
NÍVEIS III

Problema 1

Coloca-se no chão plano uma caixa cúbica, de aresta medindo 1 m. Uma segunda caixa cúbica, de aresta $\frac{2}{3}$ m é colocada sobre a primeira, de modo que o centro da segunda caixa fica diretamente acima do centro da primeira. Sem mover qualquer uma das caixas, um pintor pinta de vermelho toda a superfície do conjunto das caixas. Qual é o total da área vermelha?

Problema 2

Matias pretende arrumar os números 1, 2, 3, 4, 5 e 6 numa linha, de modo que o número 2 fique sempre à esquerda do 4 e o 4 esteja sempre à esquerda do 6. De quantos modos Matias pode arrumar os números dados?

Problema 3

Seja S um número inteiro que é um quadrado perfeito. Sabe-se que S , quando escrito na base 10, tem o dígito das dezenas igual a 3 mais o dígito das unidades. Encontre todos os possíveis restos na divisão de S por 100.

Problema 4

Pinta-se com uma das cores azul, verde ou vermelho todo ponto do plano com coordenadas inteiras positivas (x, y) tal que $x \leq 19$ e $y \leq 4$. Prove que, não importa qual a pintura feita, existe um retângulo (com os vértices nesses pontos) e lados paralelos aos eixos coordenados com todos os vértices de mesma cor.

Problema 5

No dia do aniversário de João em 2010, uma pessoa perguntou a idade dele. João respondeu: “*se eu não contasse os sábados e os domingos da minha vida, eu teria 40 anos de idade*”. Em que ano João nasceu?

Problema 6

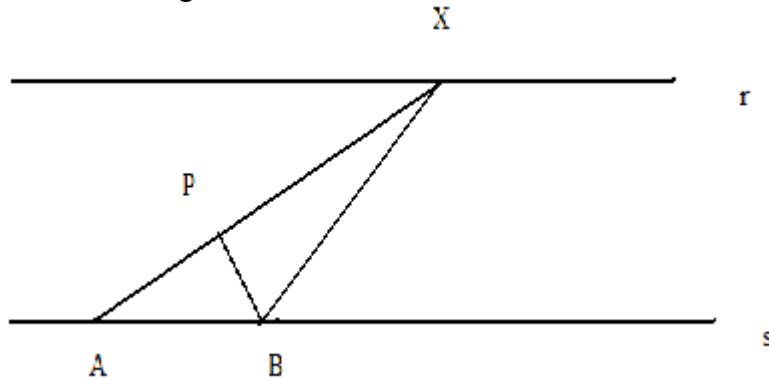
Uma equipe esportiva composta por 6 jogadoras está disputando uma partida de 2 tempos. No intervalo do primeiro para o segundo tempo podem ser feitas até 3 substituições e, para isto, o técnico dispõe de 4 jogadoras no banco.

Quantas formações distintas podem iniciar o segundo tempo?

Problema 7

Na figura abaixo, as retas r e s são paralelas a uma distância 2 uma da outra. AB é um segmento unitário contido em s , X é um ponto de r com $\overline{AX} = 5$ e P é o pé da perpendicular baixada de B sobre AX .

Qual é o comprimento do segmento BP ?

**Problema 8**

Joaquim pagou n reais por cada uma das m canetas e m reais por cada um de n lápis, tendo gastado em média R\$7,50 por item comprado. Em seguida, Joaquim observou que se cada caneta tivesse custado 1 real a menos e cada lápis tivesse custado 1 real a mais, ele teria pago, em média, R\$7,75 por cada item comprado.

Determine a quantidade de canetas que Joaquim comprou.

Problema 9

Seja \mathbf{N} o conjunto dos números naturais.

Encontre todas as funções $f : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ tais que:

- (i) $f(n+m) = f(n) + f(m)$, para todo $m, n \in \mathbf{N}$;
- (ii) a equação $f(f(n)) = (f(n))^2$ admite uma solução $n_0 \in \mathbf{N}$.

Respostas

Problema	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Resposta	$61/9 \text{ m}^2$	120	30 e 41	-	1954	195	$2/5$	$n = 10$ $m = 6$	$f(n) \equiv 1$ ou $f(n) \equiv 2^n$