

OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

LISTA DE PROBLEMAS PARA TREINAMENTO No. 05\2011

PROBLEMA 1

Um estudante que tem entre 1000 e 2000 caroços de feijão está tentando dividi-los em pilhas de mesmo número de caroços (mas não pilhas de um só caroço nem uma única pilha com todos os caroços). Ele tentou fazer 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8 pilhas, mas sempre sobrava um único caroço.

Quantas pilhas ele precisa formar para obter o que quer?

PROBLEMA 2

Escreva 2011 números inteiros positivos, cada um deles sendo um quadrado perfeito, cuja soma de todos eles seja também um quadrado perfeito.

PROBLEMA 3

Escreve-se um número inteiro em cada casa de um tabuleiro $n \times n$, com $n \geq 3$. Sabe-se que a soma dos números das casas de qualquer sub-quadrado 2×2 e 3×3 é par.

Ache todos os valores de n para os quais a soma dos números de todas as casas do tabuleiro seja necessariamente par.

PROBLEMA 4

Dado um polígono convexo com $n \geq 5$ lados, prove que existem no máximo $n(2n - 5)/3$ triângulos de área 1 formados pelos vértices do polígono.

PROBLEMA 5

Tem-se 15 palitos de fósforos de um mesmo comprimento. Com 12 deles forma-se um triângulo de lados 3, 4 e 5.

Explique como dividir a área do triângulo ao meio usando os palitos restantes.

PROBLEMA 6

Sobre uma mesa, tem-se uma pilha com n moedas de 10 centavos, com $n \geq 3$. Um jogo é disputado por dois jogadores, A e B, que jogam alternadamente. O jogador A começa o jogo. Uma jogada consiste em escolher uma pilha e dividi-la em duas pilhas. O vencedor é o jogador que faz o último movimento tornando de altura 1 ou 2 todas as pilhas sobre a mesa.

Admitindo que ambos os jogadores façam suas melhores jogadas, para que os valores de n o jogador A vence o jogo? Que estratégia o jogador A deve seguir para vencer? Para quais valores de n existe uma estratégia para o jogador B vencer o jogo?

PROBLEMA 7

Num plano, desenha-se n círculo, de maneira tal que cada par de círculo se intercepta em dois pontos e nenhum desses pontos pertencem a três desses círculos. Esses círculos dividem o plano em quantas regiões?