Prezados Estudantes, Professores de Matemática e Diretores de Escola,

Os Problemas Semanais são um incentivo a mais para que os estudantes possam se divertir estudando Matemática, ao mesmo tempo em que se preparam para as Competições Matemáticas. Por favor, deixem os problemas em local onde todos os estudantes da Escola possam tomar conhecimento, se sintam desafiados a resolvê-los e divirtam-se com as soluções.

Problemas semanais de anos anteriores podem ser encontrados no endereço: www.ufrn.br/olimpiada/treinamento. Identificando os estudantes que resolveram os problemas, incentive-os a enviar suas soluções para serem publicadas na nossa página na internet. Encaminhe as soluções para: cgomesmat@yahoo.com.br ou cgmat@ccet.ufrn.br ou bene@ccet.ufrn.br.

Por favor, divulguem os problemas!

LISTA SEMANAL No. 09 - Data 06/05/2013

NÍVEL I

A razão entre o comprimento de uma círculo pelo comprimento do seu diâmetro é sempre o mesmo valor, independente do tamanho do raio do círculo! Chamamos essa constante de π, que é um número irracional. Isto é, não pode ser escrito como uma fração $\frac{m}{n}$, onde m, n são números inteiros e $n \neq 0$. O número π é aproximadamente igual a $3,14159265358979323846\cdots$.

É possível desenhar um segmento de reta que tenha comprimento exatamente igual a 2π?

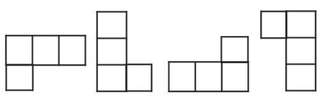
NÍVEL II

Seja ABC um triângulo retângulo, onde C é o ângulo reto. Sejam a, b os comprimentos dos catetos e h o comprimento da altura relativa a hipotenusa do triângulo.

Prove que $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{h^2}$.

NÍVEL III

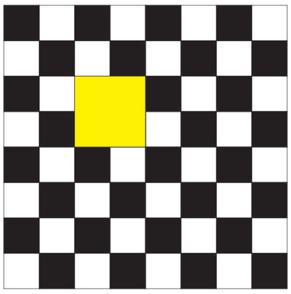
Um $L-$tretrominó é uma figura composta de 4 quadrados 1×1 na forma de L, veja figura a seguir.



L-Tretaminós

(a) Diga, justificando, se um tabuleiro 8×8 pode ser ladrilhado por 16 ladrilhos da forma $L-$tretraminós.

(b) Se do tabuleiro 8×8 removemos um quadrado qualquer 2×2, o tabuleiro mutilado pode ser coberto por 15 ladrilhos do tipo $L-$tretraminó?



NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Prove que, se x, y, z são números reais positivos satisfazendo a igualdade $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2$, então

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{y-1} + \sqrt{z-1} \leq \sqrt{x+y+z}$$