Prezados Estudantes, Professores de Matemática e Diretores de Escola,

Os Problemas Semanais são um incentivo a mais para que os estudantes possam se divertir estudando Matemática, ao mesmo tempo em que se preparam para as Competições Matemáticas. Por favor, deixem os problemas em local onde todos os estudantes da Escola possam tomar conhecimento, se sintam desafiados a resolvê-los e divirtam-se com as soluções.

Problemas semanais de anos anteriores podem ser encontrados no endereço: www.ufrn.br/olimpiada/treinamento. Identificando os estudantes que resolveram os problemas, incentive-os a enviar suas soluções para serem publicadas na nossa página na internet. Encaminhe as soluções para: cgomesmat@yahoo.com.br ou cgmat@ccet.ufrn.br ou bene@ccet.ufrn.br.

Por favor, divulguem os problemas!

LISTA SEMANAL No. 16 - Data 24/06/2013

NÍVEL I

Suponha que temos três caixinhas. Uma com duas bolas pretas, outra com duas bolas brancas e a terceira com uma bola preta e uma bola branca. As caixinhas tinham suas etiquetas correspondentes- PP, BB e PB - mas, alguém trocou-as de modo que todas estão com a etiqueta errada.

Tirando apenas uma bola por vez de qualquer das caixas, sem olhar, qual é o menor número de bolas que temos que tirar para determinar corretamente o conteúdo das três caixas?

NÍVEL II

Encontre o menor inteiro positvo K tal que $2K$ é um quadrado perfeito; $3K$ é um cubo perfeito e $5K$ é a potência 5 de um inteiro.

NÍVEL III

Escreva a equação de um círculo no plano cartesiano que:

(a) não possui qualquer ponto com ambas as coordenadas racionais.

(b) possui um único ponto com ambas as coordenadas racionais.

(c) possui exatamente dois pontos com ambas as coordenadas racionais.

(c) possui exatamente três pontos com ambas as coordenadas racionais.

NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Encontre

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{\binom{n}{k}}\right)^{n}$$

ou mostre que o limite não existe.