

---

## Prezados Estudantes, Professores de Matemática e Diretores de Escola,

Os Problemas Semanais são um incentivo a mais para que os estudantes possam se divertir estudando Matemática, ao mesmo tempo em que se preparam para as Competições Matemáticas. Por favor, deixem os problemas em local onde todos os estudantes da Escola possam tomar conhecimento, se sintam desafiados a resolvê-los e divirtam-se com as soluções.

Problemas semanais de anos anteriores podem ser encontrados no endereço: [www.ufrn.br/olimpiada/treinamento](http://www.ufrn.br/olimpiada/treinamento). Identificando os estudantes que resolveram os problemas, incentive-os a enviar suas soluções para serem publicadas na nossa página na internet. Encaminhe as soluções para: [cgomesmat@yahoo.com.br](mailto:cgomesmat@yahoo.com.br) ou [cgmata@ccet.ufrn.br](mailto:cgmata@ccet.ufrn.br) ou [bene@ccet.ufrn.br](mailto:bene@ccet.ufrn.br).

**Por favor, divulguem os problemas!**

---

### LISTA SEMANAL No. 20 - Data 22/07/2013

#### NÍVEL I

André e Vitor disputam um jogo num tabuleiro  $7 \times 7$ , em que eles jogam alternadamente. André começa o jogo. Uma jogada consiste escrever o número 0 ou o número 1 em alguma casa não vazia do tabuleiro. André vence o jogo se ele consegue seis números iguais numa linha, coluna ou diagonal, sendo que os números iguais devem estar juntos. Além disso, na sua vez de jogar, Vitor pode abrir de sua jogada, se ele quiser.

Prove que Vitor tem uma estratégia para que André não vença, independente de como André jogue.

#### NÍVEL II

Um professor de Matemática propõe um jogo para seu estudante Gomito. Ele escreve o número 1 no quadro negro e diz para o estudante: "Para qualquer número escrito no quadro negro, você pode multiplicá-lo por 2 ou 3 e somar 1. Você pode fazer estas operações tantas vezes quantas você queira".

Fazendo estas operações, sucessivamente,

- (a) é possível que Gomito obtenha o número 2008?
- (b) é possível que Gomito obtenha o número 2013?

### **NÍVEL III**

Em torno de uma mesa circular estão sentados  $2n$  peruanos,  $2n$  bolivianos e  $2n$  equatorianos. Num certo momento, todas as pessoas que possuem como vizinhos (da esquerda e da direita) pessoas de mesma nacionalidade ficam de pé.

Qual é o maior número de pessoas que podem ficar de pé?

### **NÍVEL UNIVERSITÁRIO**

Prove que existem 2013 números inteiros positivos consecutivos, tais que para cada um deles o quociente entre o maior divisor primo e seu menor divisor primo é um número racional maior do que 20.