

---

**Prezados Estudantes, Professores de Matemática e Diretores de Escola,**

Os Problemas Semanais são um incentivo a mais para que os estudantes possam se divertir estudando Matemática, ao mesmo tempo em que se preparam para as Competições Matemáticas. Por favor, deixem os problemas em local onde todos os estudantes da Escola possam tomar conhecimento, se sintam desafiados a resolvê-los e divirtam-se com as soluções.

Problemas semanais de anos anteriores podem ser encontrados no endereço: [www.ufrn.br/olimpiada/treinamento](http://www.ufrn.br/olimpiada/treinamento). Identificando os estudantes que resolveram os problemas, incentive-os a enviar suas soluções para serem publicadas na nossa página na internet. Encaminhe as soluções para: [cgomesmat@yahoo.com.br](mailto:cgomesmat@yahoo.com.br) ou [cgmata@ccet.ufrn.br](mailto:cgmata@ccet.ufrn.br) ou [bene@ccet.ufrn.br](mailto:bene@ccet.ufrn.br).

**Por favor, divulguem os problemas!**

---

**SOLUÇÃO da LISTA SEMANAL No. 21 - Data 29/07/2013**

**NÍVEL I**

Ana convidou dezessete amigos para a sua festa de aniversário. Associou a cada um deles um número inteiro positivo de 2 a 18, deixando para si mesma o número 1. Quando ela e seus amigos estavam dançando aos pares, observou que a soma dos números de cada par era um quadrado perfeito.

Qual era o número da pessoa que dançava com Ana?

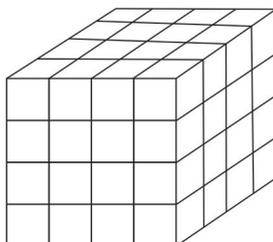
**NÍVEL II**

De quantas maneiras se pode pintar um tabuleiro de 4 linhas e 5 colunas seguindo as regras seguintes?

- (a) Cada casa do tabuleiro deve ser pintada com uma das cores: vermelha ou branca.
- (b) Em cada coluna a quantidade de casas vermelhas deve ser igual a quantidade de casas brancas.
- (c) Não deve haver 4 casas da mesma cor cujos centros formem um retângulo com lados paralelos aos bordos do tabuleiro.

**NÍVEL III**

Há no mercado um jogo-da-velha tridimensional. O tabuleiro é um cubo  $4 \times 4 \times 4$ , composto de 64 casas, veja figura a seguir, em que cada jogador, alternadamente, joga colocando a cruz da sua cor. O primeiro que coloca quatro cruces da sua cor em linha reta ganha o jogo.



Existem quantas maneiras distintas de um jogador vencer?

### **NÍVEL UNIVERSITÁRIO**

Defina uma sequência  $a_n$  por  $a_1 = 1$  e, para  $n \geq 1$ ,  $a_{n+1} = \cos(\arctan a_n)$ .

Encontre uma fórmula para  $a_n$ .