

---

## Prezados Estudantes, Professores de Matemática e Diretores de Escola,

Os Problemas Semanais são um incentivo a mais para que os estudantes possam se divertir estudando Matemática, ao mesmo tempo em que se preparam para as Competições Matemáticas. Por favor, deixem os problemas em local onde todos os estudantes da Escola possam tomar conhecimento, se sintam desafiados a resolvê-los e divirtam-se com as soluções.

Problemas semanais de anos anteriores podem ser encontrados no endereço: [www.ufrn.br/olimpiada/treinamento](http://www.ufrn.br/olimpiada/treinamento). Identificando os estudantes que resolveram os problemas, incentive-os a enviar suas soluções para serem publicadas na nossa página na internet. Encaminhe as soluções para: [cgomesmat@yahoo.com.br](mailto:cgomesmat@yahoo.com.br) ou [cgmata@ccet.ufrn.br](mailto:cgmata@ccet.ufrn.br) ou [bene@ccet.ufrn.br](mailto:bene@ccet.ufrn.br).

**Por favor, divulguem os problemas!**

---

## SOLUÇÃO da LISTA SEMANAL No. 23 - Data 12/08/2013

### NÍVEL I

A Senhora Dolores, seguindo a receita de seu médico, deve tomar todo o conteúdo do seu vidro de remédio em 4 dias, da maneira seguinte: no primeiro dia a metade do total; no segundo dia, um terço do que restou; no terceiro dia um quarto do que sobrou; no quarto dia, 6 comprimidos.

Quantos comprimidos tem seu vidro de remédio?

### NÍVEL II

Na floresta onde vivem os Smurfs, Gargamel plantou 1280 pinheiros, cada um com 1 metro de diâmetro. A floresta é um campo retangular de dimensões  $1001 \times 945$  metros. Vovô Smurf gostaria de construir nele sete campos de tênis, cada um deles de dimensões  $20 \times 34$  metros.

Vovô Smurf conseguirá fazer a construção sem derrubar nenhuma árvore, independente de como Gargamel plante as árvores?

### NÍVEL III

Diga, justificando, se é possível pintar cada um dos pontos  $(x, y)$  do plano cartesiano, onde  $x, y$  são números inteiros, com uma das três cores- vermelho, branco ou azul-, de modo que a pintura satisfaça as seguintes condições:

- (a) Cada cor ocorre uma infinidade de vezes em infinitas retas paralelas ao eixo- $X$ , e  
(b) Nenhum terno de pontos, com cada ponto do terno pintado de cor distinta da dos outros dois, seja colinear.

### NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Seja  $f(x)$  uma função real contínua definida no intervalo  $[0, a]$ , onde  $a$  é um número real positivo tal que  $f(x) + f(-x)$  não se nula em  $[0, a]$ .

Calcule a integral

$$\int_0^a \frac{f(x)}{f(x) + f(-x)} dx.$$