

---

**Prezados Estudantes, Professores de Matemática e Diretores de Escola,**

Os Problemas Semanais são um incentivo a mais para que os estudantes possam se divertir estudando Matemática, ao mesmo tempo em que se preparam para as Competições Matemáticas. Por favor, deixem os problemas em local onde todos os estudantes da Escola possam tomar conhecimento, se sintam desafiados a resolvê-los e divirtam-se com as soluções.

Problemas semanais de anos anteriores podem ser encontrados no endereço: [www.ufrn.br/olimpiada/treinamento](http://www.ufrn.br/olimpiada/treinamento). Identificando os estudantes que resolveram os problemas, incentive-os a enviar suas soluções para serem publicadas na nossa página na internet. Encaminhe as soluções para: [cgomemat@yahoo.com.br](mailto:cgomemat@yahoo.com.br) ou [cgmata@ccet.ufrn.br](mailto:cgmata@ccet.ufrn.br) ou [bene@ccet.ufrn.br](mailto:bene@ccet.ufrn.br).

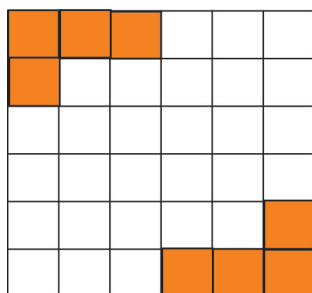
**Por favor, divulguem os problemas!**

---

**LISTA SEMANAL No. 24 - Data 19/08/2013**

**NÍVEL I**

Na figura a seguir, temos um tabuleiro  $6 \times 6$ , que tem alguns quadrados unitários pintados. Queremos pintar  $K$  quadrados unitários a mais, de tal forma que em cada linha e em cada coluna do tabuleiro tenhamos pelo menos 2 quadrados unitários pintados.

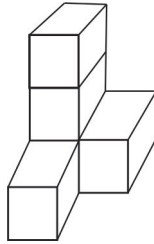


Qual é o menor valor que pode assumir o número natural  $K$

**NÍVEL II**

Para pintar um cubo gasta-se 5 reais em pintura.

Quantos reais se gastará para pintar cinco cubos, cada um deles com a medida da aresta sendo o triplo da medida da aresta do cubo anterior, e estando os cubos formando a figura a seguir?



Considere que se deve pintar todas as faces exteriores, incluindo a base do sólido.

### NÍVEL III

Usando as cores vermelhas, verde e azul, pinta-se todos os pontos do plano cartesiano que possuem as duas coordenadas inteiras. A pintura é feita de forma que haja pelo menos um ponto de cada cor.

Demonstre que, independente da pintura feita, existem três pontos,  $X, Y, Z$ , pintados com cores distintas, e tais que a medida do ângulo  $\widehat{AVP}$  é igual a  $45^\circ$ .

### NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Encontre o volume do tetraedro  $ABCD$ , com  $A = (F_k, F_{k+1}, F_{k+2})$ ,  $B = (F_{k+3}, F_{k+4}, F_{k+5})$ ,  $C = (F_{k+6}, F_{k+7}, F_{k+8})$ ,  $D = (F_{k+9}, F_{k+10}, F_{k+11})$ , onde  $F_i$  é o  $i$ -ésimo número de Fibonacci na sequência:  $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$ .