

XX OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE - Em 19/09/2009

PROVA DA SEGUNDA ETAPA

NÍVEL I (Estudantes da 6ª e 7ª Séries)

Problema 1

A expressão E, a seguir, é o produto de 20 números:

$$E = \left(1 + \frac{3}{1}\right) \left(1 + \frac{5}{4}\right) \left(1 + \frac{7}{9}\right) \left(1 + \frac{9}{16}\right) \left(1 + \frac{11}{25}\right) \dots \dots \dots \left(1 + \frac{41}{400}\right)$$

Encontre o valor de E.

Problema 2

Matias comprou um casaco que tem 10 bolsos. Ele quer distribuir 44 moedas de 1 real nos bolsos do casaco de modo que cada bolso contenha um número diferente de reais.

Explique se Matias vai conseguir fazer a distribuição.

Problema 3

Na rua onde eu moro, existem 25 casas. Nelas vivem um total de 33 animais de estimação, sendo 10 cães, 12 gatos e 11 canários. Nenhuma das casas tem mais do que um animal do mesmo tipo. Em nenhuma delas vive um gato e um canário.

- (a) Qual é o *maior* número possível de casas onde não vive qualquer um destes três tipos de animais de estimação?
- (b) Qual é o *maior* número possível de casas nas quais existe exatamente um destes três tipos de animais de estimação?

Problema 4

Num círculo, marcam-se n pontos igualmente espaçados e denota-se cada um destes pontos por um número natural que vai de 1 até n , sendo que dois pontos distintos não estão associados a um mesmo número.

Se 14 e 52 estão em posições diametralmente opostas, qual é o valor de n ?

**XX OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO
ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE - Em 19/09/2009**

PROVA DA SEGUNDA ETAPA

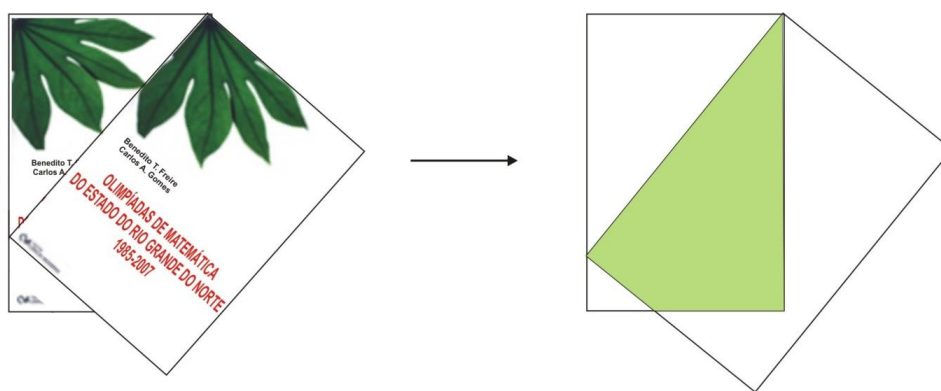
Nível II (Estudantes da 8^a e 9^a Séries)

Problema 1

Sem usar calculadora, prove que $7\sqrt{5} > 5\sqrt{7}$.

Problema 2

O professor Paulinho deixou desatentamente sobre uma mesa dois exemplares do livro “OLIMPIÁDAS DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RN” de modo que um dos exemplares cobre parcialmente a capa do outro, conforme ilustra a figura à esquerda representada a seguir.



Considerando que os exemplares possuem o formato perfeitamente retangular, descubra, justificando a sua resposta, se a medida da área da região comum as capas, que está representada sombreada na figura da direita, é maior, menor ou igual a metade da medida da área total da capa de cada um dos exemplares.

Problema 3

Num tabuleiro 20×20 , pinta-se cada um dos quadrados unitários ou de preto ou de branco, com a condição de que os quatro quadrados localizados nos cantos sejam pretos e os demais quadrados unitários no bordo do tabuleiro sejam brancos. Dois quadrados unitários do tabuleiro são vizinhos quando tem um lado em comum ou um vértice em comum. Em cada um dos quadrados unitários do tabuleiro escreve-se o número que é igual a quantidade de seus vizinhos pretos.

A soma dos números escritos no tabuleiro pode ser 480?

Problema 4

Num torneio de xadrez participam 8 jogadores e cada um joga uma única vez com cada um dos outros participantes. Se um jogador vence uma partida, ele ganha 1 ponto; se empata ganha 0,5 ponto e se perde não pontua. No final do torneio as pontuações dos participantes foram todas distintas, sendo que a pontuação do segundo colocado foi igual à soma dos pontos dos quatro últimos colocados.

Quais foi o resultado do jogo entre os jogadores que no final se classificaram em terceiro e sexto lugares, respectivamente?

**XX OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO
ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE - Em 19/09/2009**

PROVA DA SEGUNDA ETAPA

Nível III (Estudantes do Ensino Médio)

Problema 1

A sequência de números inteiros

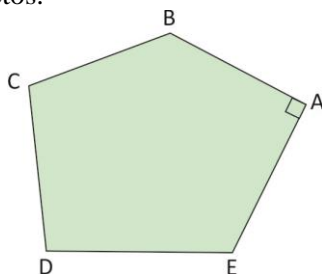
$$1, 2, 3, 2, 2, 5, 2, 2, 2, 7, 2, 2, 2, 2, 9, 2, 2, 2, 2, 2, 11, \dots$$

é formada intercalando n números 2 entre o n -ésimo e o $n+1$ -ésimo números ímpares.

Encontre a soma dos primeiros 2009 números da sequência dada.

Problema 2

Determine a medida da maior área que pode possuir um pentágono equilátero de lado 1cm e que tem um dos seus ângulos internos retos.



Problema 3

Num tabuleiro 9 por 9, colocamos 65 formigas, cada uma delas ocupando um quadrado unitário do tabuleiro, de modo que as formigas preencham 65 dentre os 81 quadrados unitários existentes. Um movimento é quando uma formiga se desloca ou horizontal ou verticalmente para o quadrado unitário adjacente aquele em que ela se encontra. Dois quadrados são adjacentes quando possuem um lado em comum.

Se nenhuma formiga faz dois movimentos horizontais ou dois movimentos verticais sucessivos, mostre que depois de alguns movimentos, existirão no mínimo duas formigas no mesmo quadrado unitário do tabuleiro.

Problema 4

Paulinho brinca lançando várias vezes uma moeda comum, que possui uma face “CARA” e outra “COROA”. Após cada lançamento, ele anota o resultado num papel: CARA ou COROA. Paulinho quer parar a brincadeira quando ocorrerem duas “CARAS” consecutivas.

Qual a probabilidade de que Paulinho tenha feito exatamente 10 lançamentos ao parar com a brincadeira?