

**Solução dos
Problemas Semanais III
Data: 05/03/2012**



Nível I (Alunos do 6o. e 7o. anos do Ensino Fundamental)

1.03. Uma escola tem 820 alunos dos quais exatamente a metade são mulheres. Num dia de chuva intensa, muitos alunos não compareceram.

Se a diferença entre o número de homens que faltaram e o número de mulheres que compareceram foi 282, calcule a quantidade de alunos que, nesse dia, faltaram.

Solução

Sejam h e m o número de homens e mulheres que são alunos da escola, respectivamente. Então, pelos dados do problema: $h = m = 410$. Sejam h_c e h_f , respectivamente, a quantidade de homens que compareceram e a quantidade dos que faltaram naquele dia. De maneira análoga, sejam m_c e m_f , respectivamente, a quantidade de mulheres que compareceram e a quantidade das que faltaram naquele dia de chuva intensa.

O que queremos é $h_f + m_f$.

Mas, temos duas equações: $h_f - m_c = 282$ e
 $m_f + m_c = 410$

Somando membro a membro as duas equações, obtemos $h_f + m_f = 692$.

Nível II (Alunos do 8o. e 9o. anos do Ensino Fundamental)

Nota. Infelizmente, o enunciado da questão está errado. O enunciado correto é:

2.03. Num tabuleiro 8×8 , existem 32 peças brancas e 32 peças pretas, uma peça em cada quadrado unitário. Uma jogada consiste em, com um único movimento, mudar, numa só linha ou coluna, as peças pretas por peças brancas e as peças brancas pelas pretas.

Diga, justificando, se depois de um número finito de movimentos é possível obter o tabuleiro com exatamente uma única peça preta?

Solução

Veremos que a resposta é não, pois a paridade do número de peças pretas não muda após uma jogada. Se existem exatamente k peças pretas numa linha ou coluna, então,

depois de uma jogada, o número de peças pretas numa linha passa a ser $8 - k$, que corresponde uma mudança do total de peças pretas do tabuleiro de $(8 - k) - k = 8 - 2k$.

Como o $8 - 2k$ é um número par, a paridade do número de peças pretas no tabuleiro não muda. No início eram 32 peças pretas, não pode terminar com uma única peça preta, pois, neste caso, a paridade do número de peças pretas mudaria.

Nível III (Alunos do Ensino Médio)

3.03. Escrevem-se numa linha a seguinte sequência de números inteiros positivos

1, 2, 4, 3, 5, 7, 9, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 11, 13, 15, 17, ..., 41, 22, 24, ..., 84, 43, 45,

$\underbrace{1}_{1} \quad \underbrace{2}_{2} \quad \underbrace{3, 5, 7, 9}_{4} \quad \underbrace{6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20}_{8} \quad \underbrace{11, 13, 15, 17, \dots, 41}_{16} \quad \underbrace{22, 24, \dots, 84}_{32} \quad \underbrace{43, 45, \dots}_{64}$

Nessa sequência, os números comparecem em grupos, que são alternadamente formados por números ímpares e números pares, começando com um grupo formado por um único número. Em cada grupo, os números são ordenados em ordem crescente e a quantidade de números em cada grupo é o dobro da quantidade do grupo imediatamente anterior.

Determinar em que posição se encontra o número 2012.

Solução

O número 2012 encontra-se num grupo formado por números pares. Observe que a quantidade de elementos em cada grupo formado por números pares é uma potência ímpar de 2. É fácil ver que, a sequência formada pelos primeiros números dos grupos pares é formada por: 2, 6, 22, 86, 342, 1366,

Portanto, 2012 está no sexto grupo de números pares, na posição 364, contado do início do grupo e da esquerda para a direita.