

Solução dos Problemas Semanais

Data: 14/05/2012

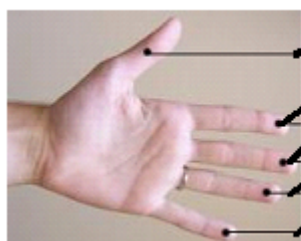


Nível I (Alunos do 6o. e 7o. anos do Ensino Fundamental)

1.12. Use os dedos de uma mão para contar da seguinte forma: o polegar está em primeiro lugar, o dedo indicador é o segundo, um assim por diante até o dedo mindinho, que é o quinto. Em seguida, inverta a direção para que o dedo anelar seja o sexto, o dedo médio é sétimo, o dedo indicador é o oitavo e o polegar é nono. Inverta direção novamente em direção ao dedo mindinho com o dedo indicador, décimo, e assim por diante.

Se você continuar a contagem desse modo, que dedo será o milésimo?

Solução



1. Polegar - polegar, dedão, positivo ou mata-piolho;
2. Dedo indicador - indicador, apontador ou fura-bolo;
3. Dedo médio - dedo médio, dedo do meio, maior-de-todos ou pai-de-todos;
4. Anular - anular, anelar (vulgar) ou seu-vizinho;
5. Dedo mínimo - dedo mínimo, dedinho ou mindinho.

Vamos estudar com o dedo polegar vai sendo numerado ao longo do percurso dado. Para começar, ele é numerado com 1, então avançamos quatro, do dedo indicador para o mindinho, e, em seguida, quatro de volta novamente (do dedo anelar para o polegar), para que o polegar receba o número $1 + 8 = 9$. Em seguida, seguindo o percurso dado, ele é numerado com $9 + 8 = 17$. Assim, a cada visita que fazemos, ele recebe um número 8 a mais que o da visita anterior. Como 1000 é divisível por 8, o polegar seria o dedo de número $1 + 8 \times 125 = 1001$. Portanto, o dedo indicador será o milésimo.

Nível II (Alunos do 8o. e 9o. anos do Ensino Fundamental)

2.12. Suponha que um grupo de piratas deseja dividir um tesouro. Um deles garante que poderia dividir o tesouro igualmente, mas nenhum dos outros confia nele. O que poderiam fazer os piratas para dividir o tesouro deles de forma que, após a divisão, cada um teria certeza de que recebeu pelo menos uma parte igual do tesouro se:

- (a) Existem dois piratas no grupo;
- (b) Existem três piratas no grupo;
- (c) há k piratas no grupo?

Solução

(a) Se existem dois piratas no grupo. Um deles divide o tesouro em duas partes que são iguais no seu ponto de vista e o outro escolhe a parte que ele julga ser no mínimo tão grande quanto a outra.

(b) Se existem três piratas. Os dois primeiros piratas poderiam dividir o tesouro entre eles de modo que cada um pense que recebeu no mínimo a metade, procedendo como no caso (a). O terceiro pirata divide cada uma das duas partes em três partes, que no seu ponto de vista sejam iguais. O primeiro pirata toma as duas melhores partes do que foi dividido em três. O segundo pirata faz o mesmo com sua parte.

O terceiro pirata toma os terços restantes de cada uma das duas pilhas originais e acaba com um terço do total, como ele queria.

(d) Se existem k piratas. Procede-se como no caso anterior, fazendo os detalhes da divisão em 4, 5 ou mais partes.

Nível III (Alunos do Ensino Médio)

3.12. Um professor de Matemática pede a um estudante que marque, aleatoriamente, 50 pontos no quadro negro. Em seguida, o professor pergunta à turma se é possível desenhar uma reta que separe os pontos em dois grupos de 25 pontos cada. Joãozinho respondeu corretamente ao professor.

Qual foi a resposta de Joãozinho?

Solução

A resposta do Joãozinho foi sim.

Trace uma reta longe dos pontos marcados, de modo que todos eles estejam num mesmo semi-plano determinado por essa reta. Agora, movimente a reta paralelamente a ela própria. Com este movimento, os pontos vão passando para o outro semi-plano determinado pela reta e interrompemos o movimento da reta quando tivermos 25 pontos de um só lado.

Pode acontecer que vários pontos passem para o outro lado da reta de uma só vez. Isto acontece se a reta que estamos movendo é paralela a reta que liga esses pontos. Neste caso, trace um segmento de reta, digamos vermelho, para diferenciar, ligando todo par dos 50 pontos. É fácil ver que, existe uma quantidade finita de direções determinadas por esses segmentos vermelhos e uma quantidade infinita de direções no plano. Assim, sempre existe uma reta que não é paralela a qualquer reta determinada pelos segmentos ligando dois quaisquer dos 50 pontos. Esta reta e seus movimentos paralelos a ela própria satisfazem os argumentos inicialmente considerados.