LISTA DE EXERCÍCIOS PARA TREINAMENTO - 2005

COLETÂNEA DE PROBLEMAS

1) Natália marca 50 pontos na região limitada por um polígono regular de 80 lados, de modo que nenhum terno destes cinqüenta pontos esteja sobre a mesma reta. Em seguida, Natália corta o polígono em triângulos, de tal modo que os vértices do triângulo sejam precisamente os cinqüenta pontos e os vértices do polígono.
Quantos triângulos Natália obteve?

2) Thiago tem seis pedaços de papel. Ele toma um ou mais deles e corta cada um em 6 pedaços menores. Em seguida, toma um ou mais destes pedaços de papel e corta-os em 6 pedaços menores. E, assim por diante.
Prove que Thiago nunca obterá 2005 pedaços.

3) Seja T um triângulo cujos lados têm como comprimentos números inteiros e perímetro igual a 2005. Quantos triângulo não congruentes a T podemos construir?

4) Sejam a e b dois números inteiros positivos tais que se escrevem na base 10 como:
$a = 111...11$ (com quarenta 1's) e
$b = 111..11$ (com doze 1's).
Determine o M.D.C (a, b).

5) Prove que a soma dos quadrados de dois inteiros consecutivos não pode ser igual à soma das quartas potências de dois inteiros consecutivos.

6) Os primeiros quatro dígitos de um certo inteiro positivo M são 1137. Prove que os dígitos de M podem ser permutados de modo que o novo número seja divisível por 7.

7) De quantos modos distintos podemos expressar 1.000.000 como produto de, exatamente, três inteiros maiores do que 1?

8) Dois jogadores disputam uma partida em que jogam alternadamente. Um jogada consiste um retirar, de um monte com 41 de caroços de feijão, 1, 2 ou três caroços. O jogador que retirar o último caroço perde. Qual dos jogadores vence e qual a estratégia vencedora? O que muda, se o monte, em vez de 41, tivesse 40 caroços?

9) Ao redor de um círculo, colocam-se, em ordem arbitrária, quatro bolas pretas e cinco bolas brancas. Depois da colocação delas, se duas bolas são de mesma cor, insere-se uma nova bola preta entre elas. Se duas bolas consecutivas foram de cores distintas, insere-se uma bola branca. Em seguida, retiram-se as bolas pretas e as brancas inicialmente colocadas (antes da inserção de bolas).
Repetindo este processo, é possível obter nove bolas brancas?

10) Encontre todos os números inteiros positivos n para os quais $3^n + 5^n$ é múltiplo de $3^{n-1} + 5^{n-1}$.

Para ver informações sobre provas de Olimpíadas de Matemática de anos anteriores, bibliografia, Notas de Aula, Listas de Exercícios, acesse os endereços:

www.ufrn.br/olimpiada **e** **www.obm.org.br**

Datas:

Olimpíada de Matemática do Rio Grande do Norte-2005: Fase 1 – 11/06/2005
Fase 2 – 17/09/2005

Olimpíada Brasileira de Matemática: Fase 1 – 11/06/2005
Fase 2 – 03/09/2005
Fase 3 - 22 e 23/10/2005