



## LISTA DE PROBLEMAS PARA TREINAMENTO

- 1) Num tanque, cada torneira aberta jorra água a uma velocidade constante. Quando todas as três torneiras, A, B e C, estão abertas, o tanque enche em 1 hora.; com somente as torneiras A e C abertas, o tanque enche em 1,5 horas, e com somente B e C abertas, enche em 2 horas.  
Em quantas horas o tanque enche, abrindo-se somente as torneiras A e B?
- 2) Sejam  $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$  e  $A = \{n \in N \mid n \text{ é múltiplo de } 3\}$ .  
Quantos são os subconjuntos de A que são subconjuntos de  $B = \{n \in N \mid n \text{ é múltiplo de } 4 \text{ e } n < 100\}$ ?
- 3) Num torneio de xadrez com 8 participantes (todos jogam entre si), numa vitória o vencedor ganha 1 ponto, num empate: 0,5 ponto, e na derrota: zero pontos. No final, os números de pontos obtidos pelos participantes são todos distintos. O número de pontos do vice-campeão é igual à soma de pontos dos últimos 4 colocados.  
Qual foi o resultado do jogo entre os dois jogadores que obtiveram o terceiro e o sétimo lugares na classificação final, respectivamente?
- 4) Num torneio de xadrez (todos jogam entre si), cada participante ganhou a metade de seus pontos jogando contra os últimos três colocados. Quantos jogadores participaram do torneio?
- 5) Existem 2000 pontos em torno de um círculo, igualmente espaçados. Se escolhermos, aleatoriamente, 4 desses pontos, A, B, C e D, qual é a probabilidade de que o segmento AB intercepta o segmento CD?
- 6) Alice e Bob disputam um jogo num tabuleiro  $6 \times 6$ , jogando alternadamente. Uma jogada consiste em escolher um número racional que ainda não pareceu no tabuleiro e escrevê-lo num quadrado vazio do tabuleiro. Alice inicia o jogo. Quando todos os quadrados estão preenchidos, em cada linha, pinta-se de preto o quadrado com o maior número. Alice vence se ela pode desenhar uma reta do topo do tabuleiro para a última linha passando somente pelos quadrados pretos, e Bob vence se ela não pode. (*Se dois quadrados tem um vértice em comum, Alice*

*pode desenhar um segmento de reta de um para outro, inteiramente contido nos dois quadrados).*

Ache, justificando, uma estratégia vencedora para um dos jogadores.

- 7) Alice, Bob, Carol e David são resgatados de uma ilha deserta por um pirata. O pirata obriga os quatro a disputarem um jogo. Cada um dos quatro, em ordem alfabética de seus primeiros nomes, é obrigado a rolar dois dados. Se o total dos dois dados é 8 ou 9, aquele que rolou o dado vai para a forca. Os quatro vão jogar, na ordem A, B, C, D, A, B, C, ....., até que um deles morra. Qual é a probabilidade de David sobreviver?
- 8) Encontre o valor da expressão  $S = 1.2^{-1} + 3.2^{-2} + 5.2^{-3} + 7.2^{-5} + 9.2^{-6} + \dots$
- 9) Nos quadrados de um tabuleiro  $8 \times 8$ , escreva os números de 1 a 64, arranjando-os de acordo com a figura abaixo:

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

Escolha, aleatoriamente, um dos números e risque a linha e a coluna que o contenha. Repita esse mesmo procedimento para o tabuleiro  $7 \times 7$  resultante, e assim por diante. Desse modo, você escolheu, aleatoriamente, 8 números. Sem ter visto você escolher os 8 números, sou capaz de dizer qual a soma de todos eles. Por quê?