



LISTA DE EXERCÍCIOS PARA TREINAMENTO - 2006

Lista 03

- 1) Escrevem-se em linha reta (sem repetição) os números inteiros de 1 até 37, de maneira tal que cada número divide a soma dos números anteriores. Se o primeiro número é 37 e o segundo é 1, qual é o terceiro?
- 2) Escrevem-se ao redor de um círculo 2005 dígitos: 2004 zeros e um dígito 1. A única operação permitida é escolher um destes números e alterar seus dois vizinhos, de 0 para 1 e vice-versa. Aplicando esta operação um número suficiente de vezes, é possível mudar todos os dígitos de maneira tal que só compareça o 1? E se no início tivéssemos 2006 dígitos: 2005 zeros e um dígito 1?
- 3) Considere o seguinte jogo para dois adversários, no qual jogam alternadamente. Escreve-se no quadro-negro o número inteiro N como produto de k números primos distintos, com k maior do que ou igual a 3. Uma jogada consiste em escrever um divisor composto no quadro-negro. O número N não pode ser escrito. Também não pode aparecer dois números relativamente primos ou dois números, um dividindo o outro. O primeiro que não puder jogar, perde o jogo. Quem tem uma estratégia vencedora: o primeiro a jogar ou o segundo?
- 4) Encontre todos os pares de inteiros positivos m e n satisfazendo a equação:

$$2m^2 + 5n^2 = 11(mn - 11)$$
- 5) Determine todas as funções $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, sendo f distinta da função nula e tal que $f(x) \cdot f(y) = f(x - y)$, para todo x, y números reais.

Para ver informações sobre provas de Olimpíadas de Matemática de anos anteriores, bibliografia, Notas de Aula, Listas de Exercícios, acesse os endereços:

www.ufrn.br/olimpiada e www.obm.org.br

Data de realização das provas:

Olimpíada de Matemática do Rio Grande do Norte-2006: Fase 1 – 10/06/2006
 Fase 2 – 23/09/2006

Olimpíada Brasileira de Matemática: Fase 1 – 10/06/2006
 Fase 2 – 02/09/2006
 Fase 3 - 28 e 29/10/2006 - Níveis II e III