



## LISTA DE EXERCÍCIOS PARA TREINAMENTO - 2006

### Lista 04

- 1) Num tabuleiro  $5 \times 5$ , dois jogadores disputam um jogo, em que jogam alternadamente. O primeiro a jogar, coloca um cavalo (peça do jogo de xadrez usual) em algum dos quadrados unitários do tabuleiro. Os jogadores movem o cavalo com as mesmas regras do jogo de xadrez (isto é, o cavalo move-se num caminho em forma L, do tamanho  $1 \times 2$ ). Neste jogo, não é permitido mover o cavalo para um quadrado em que ele já tenha estado previamente. O jogador que não pode mover perde o jogo. Imaginando que ambos os jogadores joguem da melhor forma possível, qual dos jogadores tem uma estratégia para vencer a partida?
- 2) Escreva 100 números inteiros positivos, todos eles quadrado perfeitos, de tal maneira que a soma deles seja, também, um quadrado perfeito. E se, em vez de 100, fossem 2006?
- 3) Determine todos os números reais  $x$  para os quais  $x^n + x^{-n}$  seja um número inteiro, para todo inteiro  $n$ .
- 4) Colocam-se doze cartões em fila. Os cartões são de três tipos: com ambas as faces brancas, ambas as faces pretas ou uma face branca e outra face preta. Inicialmente, nove destes cartões têm as faces pretas viradas para cima. Os cartões de 1 a 6 são virados e, como consequência, quatro dos doze cartões têm a face preta virada para cima. Agora, os cartões de 4 a 9 são virados, resultando que seis cartões, dentre os doze, têm faces preta virada para cima. Finalmente, os cartões de 1 a 3 e de 10 a 12 são virados, resultando que 5 cartões, dentre os doze, têm face preta para cima. Existem quantos cartões de cada tipo?
- 5) Em cada face de um cubo há um número inteiro positivo escrito. Para cada vértice do cubo, calculamos o produto dos números das três faces adjacentes. A soma destes produtos é igual a 1001. Qual é a soma dos seis números escrito nas faces do cubo?

Para ver informações sobre provas de Olimpíadas de Matemática de anos anteriores, bibliografia, Notas de Aula, Listas de Exercícios, acesse os endereços:

[www.ufrn.br/olimpiada](http://www.ufrn.br/olimpiada) e [www.obm.org.br](http://www.obm.org.br)

#### **Data de realização das provas:**

*Olimpíada de Matemática do Rio Grande do Norte-2006: Fase 1 – 10/06/2006  
Fase 2 – 23/09/2006*

*Olimpíada Brasileira de Matemática: Fase 1 – 10/06/2006  
Fase 2 – 02/09/2006  
Fase 3 - 28 e 29/10/2006 - Níveis II e III*