



LISTA DE PROBLEMAS PARA TREINAMENTO

PROBLEMA 1

Encontre o número de pares ordenados de inteiros (m, n) satisfazendo:

$$m \cdot n \geq 0 \quad \text{e} \quad m^3 + n^3 + 99mn = 33^3$$

PROBLEMA 2

Num polígono convexo, qual é o número máximo possível de ângulos agudos internos?

PROBLEMA 3

Os quadrados de um tabuleiro de xadrez são numerados da esquerda para a direita e de cima para baixo, de modo que a primeira linha é 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8; a segunda linha é 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, e assim por diante. O número 1 está num quadrado preto. Quantos quadrados pretos contêm números ímpares?

PROBLEMA 4

Você está num quarto completamente escuro com uma gaveta contendo meias: 10 vermelhas, 20 azuis, 30 verdes e 40 cremes. Qual é o menor número de meias que você tem de retirar, aleatoriamente, para ter certeza que tem no mínimo uma de cada cor?

PROBLEMA 5

Numa cidade, a Avenida Jerimum tem dez quadras de comprimento. Em cada quadra moram um rapaz e uma garota. Eles querem fazer amigos de tal modo que cada rapaz seja amigo de exatamente uma garota e vice-versa. Ninguém quer um amigo(a) morando mais de um quadra de distância da sua, mas eles podem morar na mesma quadra. Nestas condições, quantos pares existem?

PROBLEMA 6

Numa rua, existem 100 casas em fila, numeradas de 1 até 100. Um pintor vem e pinta todas as casas de vermelho. Em seguida, vem um segundo pintor e pinta de azul as casas de três em três, começando da casa número 3. A seguir, vem um terceiro pintor e pinta de vermelho as casas de cinco em cinco, começando na casa de número 5 (ele pinta de vermelho, mesmo que a casa já seja vermelha). Em seguida, vem um quarto pintor e pinta de azul as casas de sete em sete, começando na casa 7. A seguir, vem um quinto pintor, e assim por diante, alternando a pintura vermelha, azul, até o pintor de número 50. No final, quantas casas são vermelhas?

PROBLEMA 7

Um hotel consiste de um tabuleiro 2×8 , onde os quadrados unitários são os quartos. Cada quarto está ocupado por um hóspede. Todos os hóspedes estão insatisfeitos com o quarto e desejando ir para um quarto adjacente, horizontal ou verticalmente. Naturalmente, os hóspedes gostariam de fazer essa mudança silmultaneamente, de modo que cada quarto teria um novo hóspede. De quantas maneiras distintas pode haver essa movimentação coletiva?