



LISTA DE EXERCÍCIOS PARA TREINAMENTO - 2006

Lista 05

- 1) Divide-se um círculo em 13 arcos, numerados, consecutivamente, de 1 a 13. Cinco pulgas, A, B, C, D e E estão nos arcos 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente. Uma pulga pode pular para um arco vazio situado cinco posições adiante, numa ou noutra direção. Somente uma pulga pula por vez e duas pulgas não podem ocupar o mesmo arco. Depois de alguns pulos, as pulgas retornam aos arcos 1, 2, 3, 4, 5, mas, possivelmente numa ordem diferente daquela que começaram. Quais são as ordens possíveis?
- 2) Sejam n e k dois inteiros positivos. Existem nk objetos de mesmas dimensões e k caixas, cada uma delas cabendo n objetos. Pinta-se cada objeto com uma das k cores distintas. Mostre que estes objetos podem ser empacotados nas caixas, de maneira tal que em cada caixa os objetos ali colocados tenham no máximo duas cores.
- 3) Considere um tabuleiro 13×13 , formado por 169 quadrados unitários. Retira-se o quadrado central do tabuleiro. Diga, justificando, se é possível cobrir o tabuleiro restante com 42 dominós de dimensões 4×1 . Cada dominó cobre exatamente quatro quadrados do tabuleiro e um dominó não pode sobrepor a outro.
- 4) Dentre todos os trinômios quadráticos da forma $x^2 + px + q$, onde p, q são inteiros, com $p, q \in \{1, 2, 3, \dots, 2004, 2005\}$, existem mais deles que possuem raízes inteiras ou mais deles que não possuem raízes reais?
- 5) Escreve-se num quadro-negro os números inteiros positivos de 1 a 100. Dois jogadores disputam um jogo, em que jogam alternadamente. Uma jogada consiste em apagar um dos números do quadro-negro. O jogo termina quando restarem somente dois números. O primeiro jogador vence se a soma destes dois últimos números for divisível por 3; o segundo vence, caso contrário. Admitindo que os dois jogam da melhor forma possível, que jogador tem uma estratégia para vencer o jogo?

Para ver informações sobre provas de Olimpíadas de Matemática de anos anteriores, bibliografia, Notas de Aula, Listas de Exercícios, acesse os endereços:

www.ufrn.br/olimpiada e www.obm.org.br

Data de realização das provas:

Olimpíada de Matemática do Rio Grande do Norte-2006: Fase 1 – 10/06/2006
Fase 2 – 23/09/2006

Olimpíada Brasileira de Matemática: Fase 1 – 10/06/2006
Fase 2 – 02/09/2006
Fase 3 – 28 e 29/10/2006 - Níveis II e III