

## LISTA DE EXERCÍCIOS Nº 02 – Nível II

1) Numa reunião com 13 pessoas, duas delas estão discutindo, uma afirma que pelo menos dois dos presentes aniversariam no mesmo mês; o outro diz que são três pessoas que aniversariam no mesmo mês. Quem tem razão?

2) Se numa festa comparecem  $n$  pessoas, há sempre duas delas que conhecem, exatamente, o mesmo número de pessoas do conjunto dos participantes da festa. Como se explica isso?

3) Imagine que seja possível pintar cada ponto do plano com uma das duas cores : vermelha e verde. Prove que, depois dessa pintura, o plano possui dois pontos de mesma cor separados exatamente por um quilômetro.

4) (Cervantes)

Os canibais de uma tribo se preparam para comer um missionário. Desejando provar pela última vez respeito pela dignidade e liberdade humanas, os canibais propõem ao missionário decidir ele próprio sua sorte fazendo uma curta declaração : Se esta for verdadeira o missionário será assado, e será cozido se for falsa. Que deve dizer o missionário para salvar sua vida ?

5) Quando Cláudio, Rubens e Querginaldo vão à lanchonete ou eles pedem sanduíche de peru ou de presunto.

(i) Se Cláudio pede sanduíche de presunto, Rubens pede de peru.

(ii) Ou Cláudio ou Querginaldo pedem sanduíche de presunto, mas nunca fazem o mesmo pedido.

(iii) Rubens e Querginaldo nunca pedem ao mesmo tempo sanduíche de peru.

Quem poderia ter pedido sanduíche de presunto ontem, de peru hoje ?

6) Duas mulheres, Alice e Cláudia, e dois homens, Ronaldo e João, são atletas. Um deles é nadador, um segundo patinador, um terceiro ginasta e um quarto tenista. Um dia cada um deles senta num dos quatros lugares de uma mesa quadrada:

(i) O nadador sentou à esquerda de Alice.

(ii) O ginasta sentou do lado oposto a Ronaldo.

(iii) Cláudia e João sentaram próximo um do outro.

(iv) Uma mulher sentou à esquerda do patinador.

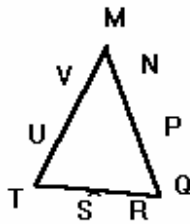
Quem era o tenista ?

7) Leonardo colocou nove dos dez algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, representados por letras no diagrama abaixo, em cada um de dois triângulos.

(i) A soma dos quatro algarismos ao longo de um lado de um triângulo era 14.

(ii) O algarismo não usado no primeiro triângulo foi distinto do algarismo não usado no segundo triângulo.

Quais são os dois algarismos não usados nos dois triângulos ?



8) De três prisioneiros de uma certa prisão, um deles possui a visão normal, o segundo possui somente um olho, e o terceiro é cego. Todos tinham inteligência média. O carcereiro falou para os prisioneiros que de uma seleção de três chapéus brancos e dois vermelhos, poderia escolher três chapéus e colocá-los na cabeça dos prisioneiros. Cada um foi impedido de olhar para a cor do chapéu colocado sobre sua própria cabeça. Os prisioneiros foram colocados juntos e o carcereiro ofereceu a liberdade para o prisioneiro com vista normal se ele pudesse dizer a cor do chapéu sobre sua própria cabeça. O prisioneiro confessou que ele não saberia dizer. Novamente o carcereiro ofereceu liberdade ao prisioneiro com somente um olho se ele pudesse dizer a cor do chapéu que estava sobre sua própria cabeça. O segundo prisioneiro confessou que ele não saberia dizer. O carcereiro não quis incomodar oferecendo o mesmo para o prisioneiro cego, mas concordou estender o oferta nos mesmos termos para quando ele pedisse. O prisioneiro cego sorriu e disse:

“Eu não preciso ter a minha visão;  
Do que meus amigos com os olhos disseram,  
Eu vejo claramente que meu chapéu é .....”.

Preencha corretamente o espaço em branco.

9) Prove que em qualquer conjunto de 52 inteiros existe um par de inteiros cuja soma ou cuja diferença é divisível por 100.

10) Qual é o número mínimo de pessoas que deve haver em um grupo de pessoas para que possamos garantir que nele haja pelo menos 5 pessoas nascidas no mesmo mês ?

11) Prove que todo número natural tem um múltiplo que se escreve, na base 10, apenas com os algarismos 0 e 1 .

12) Dados três inteiros quaisquer, podemos afirmar com segurança que existem dois deles cuja soma é par. Dê uma justificativa para esse fato.

13) Considere nove números reais não negativos. Justifique as seguintes afirmações :

(i) existem três desses números cuja soma é no mínimo 30.

(ii) existem quatro desses números cuja soma é no mínimo 40.