

Lista de Exercícios Nº 02 - Nível III

- 1) Um saco contém bolas de duas cores: brancas e pretas. Qual é o menor número de bolas que temos de tirar do saco, sem olhar, para termos certeza que duas são de mesma cor?
- 2) Uma floresta de pinheiro tem um milhão de árvores. É conhecido que nenhum pinheiro possui mais de 600.000 folhas. Mostre que na floresta existem dois pinheiros possuindo, exatamente, o mesmo número de folhas.
- 3) Dados vinte inteiros quaisquer, mostre que dois deles podem ser escolhidos de maneira que a diferença entre eles é divisível por 11.
- 4) Vinte e cinco engradados de mangas são entregues num supermercado. As mangas são de três espécies diferentes e todas as mangas de um engradado são do mesmo tipo. Mostre que, no conjunto dos engradados, há no mínimo nove com o mesmo tipo de mangas.
- 5) Mostre que um triângulo equilátero não pode ser coberto completamente por dois triângulos equiláteros menores.
- 6) Cinquenta e um pontos são espalhados dentro de um quadrado de lado 1 metro. Prove que algum conjunto de três pontos pode ser coberto por um quadrado de lado 20 cm.
- 7) Prove que existem duas potências de dois cuja diferença entre elas é um múltiplo de 1997.

NOTA: Um trominó é uma figura formada pela junção de três quadrados de mesmo lado, veja a Figura. Um trominó pode ser a Figura abaixo, ou uma rotação de 90° ou de 180° dessa figura.



- 8) Considere um tabuleiro 8×8 .

a) Qual é o maior número de quadrados do tabuleiro que pode ser pintado de verde, de maneira que em qualquer trominó (no tabuleiro) no mínimo um quadrado não é pintado de verde?

b) Qual é o menor número de quadrados do tabuleiro que pode ser pintado de verde, de modo que em qualquer trominó (no tabuleiro) no mínimo um quadrado está pintado de verde?

JOGOS

1) Existem três pilhas de caroços de feijão: uma com 10 caroços, uma com 15 e uma com 20 feijões. Os jogadores jogam seqüencialmente, um depois o outro. Cada jogada consiste em escolher uma das pilhas e dividi-la em duas pilhas menores. O perdedor é aquele que não consegue fazer isso. Quem ganha? Qual é a estratégia para vencer?

2) Os números de 1 até 20 são escritos em linha, numa folha de papel, deixando-se um pequeno espaço entre eles. Dois jogadores iniciam o jogo e jogam alternadamente. Uma jogada consiste em colocar um sinal + ou - entre os números. Quando todos os sinais são colocados o resultado da expressão é calculado. O primeiro jogador ganha se o resultado é par, e o segundo jogador ganha se o resultado é ímpar. Quem ganhará e como?