

LISTA DE EXERCÍCIOS PARA TREINAMENTO - 2005
Nível III - Lista 03

1) Explique porque o número 2003 não pode ser escrito como soma dos quadrados de dois inteiros.

2) As figuras mostradas abaixo são formadas a partir de quadrados unitários.

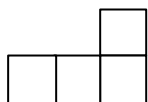


Fig. 1 – Tetraminó L

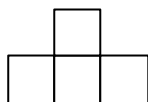


Fig. 2 – Tetraminó T

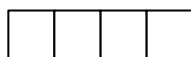


Fig. 3 – Tetraminó Reto

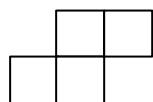


Fig. 4 – Tetraminó Inclinado

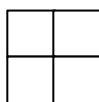


Fig. 5 - Tetraminó Quadrado

Tomando uma única cópia de cada um dos tetraminós acima, formamos um conjunto S com 5 elementos.

(a) Mostre que, não importa como os elementos de S são arrumados, é impossível construir um quadrado, usando somente uma cópia de cada elemento de S .

(b) Mostre que um tabuleiro de xadrez 8×8 não pode ser coberto por 15 tetraminós retos e um tetraminó L.

2) Em um dado triângulo ABC , a altura AK , a mediana CM e a bissetriz BH se encontram em um ponto O . Além disso, $\overline{AO} = \overline{BO}$. Prove que o triângulo ABC é equilátero.

3) Escreve-se 2005 números ao redor de um círculo, dos quais 2004 são zeros e um deles é 1. A única operação permitida é escolher um número e modificar seus dois vizinhos, de 0 para 1 ou de 1 para 0.

Demonstre que é possível, aplicando várias vezes a operação permitida, chegar a ter todos os números iguais a 1.

Para ver informações sobre provas de Olimpíadas de Matemática de anos anteriores, bibliografia, Notas de Aula, Listas de Exercícios, acesse os endereços:

www.ufrn.br/olimpiada e www.obm.org.br