

OLIMPIADA DE MATEMÁTICA DO RIO GRANDE DO NORTE- 2004

LISTA DE EXERCÍCIOS PARA TREINAMENTO

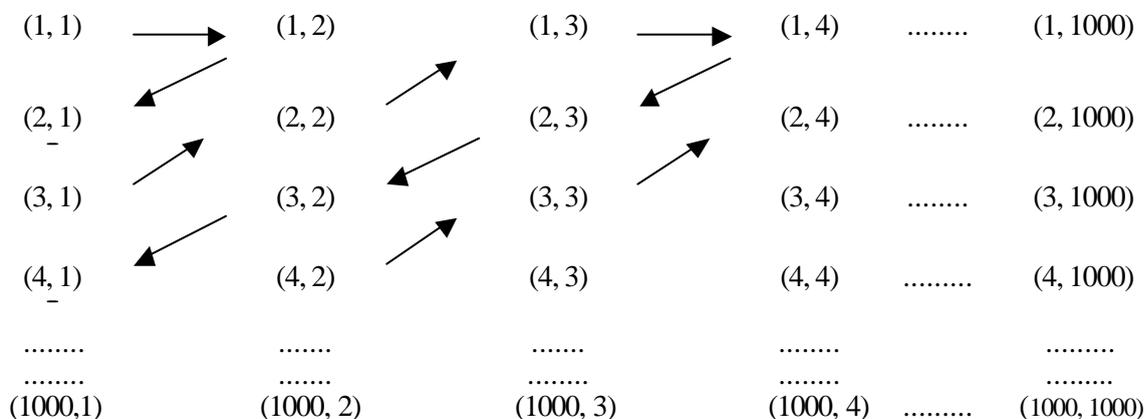
NÍVEL III (Ensino Médio)

PROBLEMA 1

O produto P de três inteiros positivos é igual a 6 vezes a soma destes números. Um dos inteiros é igual a soma dos dois outros. Ache a soma de todos os possíveis valores de P .

PROBLEMA 2

Tendo encontrado os pares ordenados (m, n) dispostos como abaixo, Pedro os arranjou numa seqüência $(1, 1), (1, 2), (2, 1), (3, 1), (2, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), \text{etc.}$,



seguindo a ordem das setas esboçadas na figura acima. Assim, $(1, 1)$ ocupa a primeira posição, $(1, 3)$ ocupa a sexta posição na seqüência. Qual será o par ordenado a ocupar a 2004^a posição na seqüência?

PROBLEMA 3

Ache o maior valor de n para o qual existe um conjunto de n inteiros positivos distintos $k_1, k_2, k_3, \dots, k_n$ tais que $k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 + \dots + k_n^2 = 2002$.

PROBLEMA 4

Escolha um conjunto qualquer de 10 inteiros consecutivos. Observe que, qualquer que seja sua escolha, existe um dos inteiros que é relativamente primo com todos os outros. Dê uma explicação para este fato.

PROBLEMA 5

Seja \mathbf{Z}^+ o conjunto dos inteiros positivos e $f: \mathbf{Z}^+ \rightarrow \mathbf{Z}^+$ uma função tal que

$$f(ab) = f(a)f(b), \text{ onde } a, b \text{ são relativamente primos e}$$

$$f(p + q) = f(p) + f(q), \text{ para todo primo } p, q.$$

Mostre que $f(2) = 2$, $f(3) = 3$ e $f(1999) = 1999$.

PROBLEMA 6

Tem-se quarenta e três pedaços de palitos, cujos comprimentos são 1, 2, 3,, 42, 43 centímetros, respectivamente. Diga, justificando, se é possível preencher o perímetro de um quadrado usando todos estes pedaços. Se em vez de um quadrado for um retângulo?

Para maiores informações sobre provas dos anos anteriores, bibliografia, Notas de Aula, Listas de Exercícios, acesse os endereços na INTERNET:

www.ufrn.br/olimpiada ou www.obm.org.br

AGENDA OLÍMPICA 2004:

Olimpíada de Matemática do Rio Grande do Norte -2004:

Fase 1 – Dia 05/06/2004. A prova será realizada na escola onde o aluno estuda.

Fase 2 – Dia 18/09/2004. Para os alunos de Escolas de Natal, a prova será aplicada no Campus da UFRN, Setor III de Aulas Teóricas. Para os alunos de Mossoró e Apodí, a prova será aplicada em Mossoró, no Colégio Diocesano Santa Luzia.

Olimpíada Brasileira de Matemática:

Fase 1 –Dia 05/06/2004 (A prova coincide com a da primeira fase da Olimpíada do Rio Grande do Norte)

Fase 2 – Dia 11/09/2004

Fase 3 – Dias 16 e 17/10/2004

OBSERVAÇÃO

Para que o aluno possa participar da Olimpíada de Matemática, sua escola tem de se cadastrar (até primeira semana de maio) no endereço eletrônico da Olimpíada Brasileira de Matemática: www.obm.org.br