

---

XXIV COMPETIÇÃO MATEMÁTICA DO RIO GRANDE DO NORTE - 2013  
PROVA DA SEGUNDA FASE - NÍVEL II - (8ª e 9ª Séries) - 05/10/2013

---

1. Mostre que  $81^6 - 9 \cdot 27^7 - 9^{11}$  é divisível por 405.

---

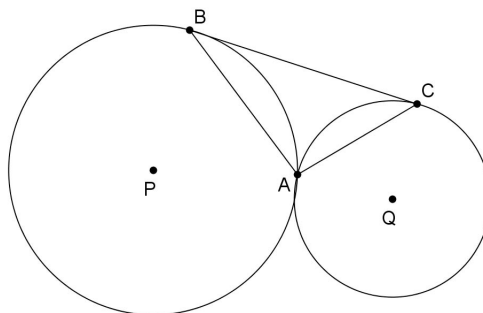
2. Escrevem-se (em ordem crescente) numa fila a lista dos primeiros 2013 números inteiros positivos

1234567891011...2010201120122013

que dígito aparece menos vezes na lista?

---

3. Na figura abaixo os dois círculos com centros P e Q são tangentes externamente no ponto A. Sabendo que o segmento BC é tangente a ambos os círculos. Determine a medida do ângulo  $\widehat{BAC}$ .



---

4. Luis e Juan disputam o seguinte jogo: Sobre um tabuleiro de xadrez,  $8 \times 8$ , um coloca uma peça de dominó (não importa a numeração da peça) ocupando duas casas do tabuleiro. Em seguida o outro jogador coloca outra peça; em seguida o outro e assim sucessivamente. O primeiro jogador que não puder colocar sua peça perde. Luís, educadamente, deixa Juan colocar primeiro... Mas, sempre ganha!  
Qual é a estratégia de Luís?