
Prezados Estudantes, Professores de Matemática e Diretores de Escola,

Os Problemas Semanais são um incentivo a mais para que os estudantes possam se divertir estudando Matemática, ao mesmo tempo em que se preparam para as Competições Matemáticas. Por favor, deixem os problemas em local onde todos os estudantes da Escola possam tomar conhecimento, se sintam desafiados a resolvê-los e divirtam-se com as soluções.

Problemas semanais de anos anteriores podem ser encontrados no endereço: www.ufrn.br/olimpiada/treinamento. Identificando os estudantes que resolveram os problemas, incentive-os a enviar suas soluções para serem publicadas na nossa página na internet. Encaminhe as soluções para: cgomesmat@yahoo.com.br ou cgmata@ccet.ufrn.br ou bene@ccet.ufrn.br ou iesus_jiniz@yahoo.com.br.

Por favor, divulguem os problemas!

LISTA SEMANAL No. 02 - Data 10/03/2014

NÍVEL I

Escrevem-se os números $1, 2, 3, \dots, 100$ nas casas de um tabuleiro 10×10 , sem repetir qualquer um deles e colocando um só número em cada casa. Uma operação permitida é escolher duas casas e trocar de posição os números que estão escritos nelas.

Demonstre que é possível realizar 35 operações ou menos, de maneira tal que se consiga que, para duas casas vizinhas quaisquer, a soma dos números nelas escritos seja um número composto

OBS.: Duas casas são vizinhas se possuem um lado em comum.

NÍVEL II

Escrevem-se em uma fila a lista dos primeiros 2013 números inteiros positivos

1234567891011 \dots 2010201120122013

Que dígito aparece menos vezes na lista?

NÍVEL III

Num tabuleiro 10×10 , Ana e Beto disputam um jogo, em que jogam alternadamente, de acordo com as regras seguintes:

Ana começa pintando de vermelho um sub-tabuleiro 2×2 , Beto pinta de azul somente uma casa, novamente Ana pinta de vermelho um sub-tabuleiro 2×2 e assim sucessivamente, até que Ana não consegue mais realizar sua jogada, e então Beto pinta de azul todas as casas restantes. Ana vence o jogo se ao final o tabuleiro possui mais casas vermelhas do que azuis.

É possível que Ana possa sempre ganhar, independentemente de como Beto jogue?

NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Para cada número real t , seja E_t um subconjunto de \mathbb{R} . Suponha que, se $s < t$ então E_s é um subconjunto próprio do subconjunto E_t . Isto é, $s < t \Rightarrow E_s \subset E_t$, com $E_s \neq E_t$.

Diga, justificando, se o conjunto $\bigcup_{t \in \mathbb{R}} E_t$ tem de ser não enumerável.