
Prezados Estudantes, Professores de Matemática e Diretores de Escola,

Os Problemas Semanais são um incentivo a mais para que os estudantes possam se divertir estudando Matemática, ao mesmo tempo em que se preparam para as Competições Matemáticas. Por favor, deixem os problemas em local onde todos os estudantes da Escola possam tomar conhecimento, se sintam desafiados a resolvê-los e divirtam-se com as soluções.

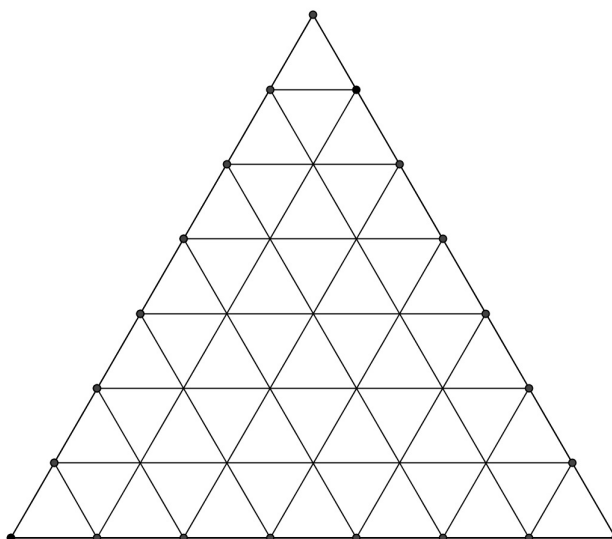
Problemas semanais de anos anteriores podem ser encontrados no endereço: www.ufrn.br/olimpiada/treinamento. Identificando os estudantes que resolveram os problemas, incentive-os a enviar suas soluções para serem publicadas na nossa página na internet. Encaminhe as soluções para: cgomesmat@yahoo.com.br ou cgmatt@ccet.ufrn.br ou bene@ccet.ufrn.br ou iesus_diniz@yahoo.com.br.

Por favor, divulguem os problemas!

LISTA SEMANAL No. 16 - Data 11/08/2014

NÍVEL I

Divide-se um triângulo equilátero com lados de comprimento 7 em 49 triângulos equiláteros com lados de comprimento 1, traçando paralelas a seus lados, veja figura a seguir.



Ao longo das paralelas, recortam-se do triângulo paralelogramos com um par de lados de comprimento 1 e o outro par de comprimento 2.

Determinar a maior quantidade destes paralelogramos que se pode cortar.

NÍVEL II

Definimos uma sucessão de números de acordo com as seguintes regras:

Os primeiros três números são 0, 1 e 2. A partir do quarto termo da sucessão, se os últimos três números são a, b, c o termo seguinte é igual a c menos o menor dos dois números a e b .

Os primeiros termos da sucessão são: 0, 1, 2, 2, 1, -1, -2, -1, 1, 3, \dots . Por exemplo, o nono termo é $-1 - (-2) = 1$ e o décimo é $1 - (-2) = 3$.

Qual é o termo colocado na posição 100 desta sucessão?

NÍVEL III

Os elementos, a_{ij} , de uma matriz de dimensões 2012×2012 são números inteiros, escolhidos de tal modo que as somas de todos os elementos das linhas, colunas e das diagonais principais são distintas (um total de $2012 + 2012 + 2 = 4026$ somas).

Qual é o menor quantidade de números distintos que deve ser usada como elementos da matriz?

NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Seja.

$$K = \sum_{a_1=0}^2 \sum_{a_2=0}^{a_1} \sum_{a_3=0}^{a_2} \cdots \sum_{a_{2011}=0}^{a_{2010}} \left[\prod_{n=1}^{2011} a_n \right].$$

Encontre o resto da divisão de K por 1000.