

---

## Prezados Estudantes, Professores de Matemática e Diretores de Escola,

Os Problemas Semanais são um incentivo a mais para que os estudantes possam se divertir estudando Matemática, ao mesmo tempo em que se preparam para as Competições Matemáticas. Por favor, deixem os problemas em local onde todos os estudantes da Escola possam tomar conhecimento, se sintam desafiados a resolvê-los e divirtam-se com as soluções.

Problemas semanais de anos anteriores podem ser encontrados no endereço: [www.ufrn.br/olimpiada/treinamento](http://www.ufrn.br/olimpiada/treinamento). Identificando os estudantes que resolveram os problemas, incentive-os a enviar suas soluções para serem publicadas na nossa página na internet. Encaminhe as soluções para: [cgomesmat@yahoo.com.br](mailto:cgomesmat@yahoo.com.br) ou [cgmat@ccet.ufrn.br](mailto:cgmat@ccet.ufrn.br) ou [bene@ccet.ufrn.br](mailto:bene@ccet.ufrn.br) ou [iesus\\_diniz@yahoo.com.br](mailto:iesus_diniz@yahoo.com.br).

**Por favor, divulguem os problemas!**

---

### LISTA SEMANAL No. 17 - Data 18/08/2014

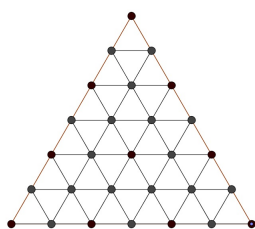
#### NÍVEL I

Num tabuleiro de xadrez ilimitado, dois jogadores alternadamente fazem seus movimentos preenchendo uma casa desocupada. O jogador  $A$ , que começa, na sua vez de jogar, preenche uma casa com  $X$  e o jogador  $B$ , preenche com  $\circ$ . Quem primeiro preencher uma quadrado  $2 \times 2$  com seus símbolos vence.

O jogador  $A$  sempre vence?

#### NÍVEL II

Divide-se um triângulo equilátero de lado 6 em  $6^2$  triângulos equiláteros menores, de lado 1, mediante paralelas aos seus lados, veja figura ilustrativa a seguir.

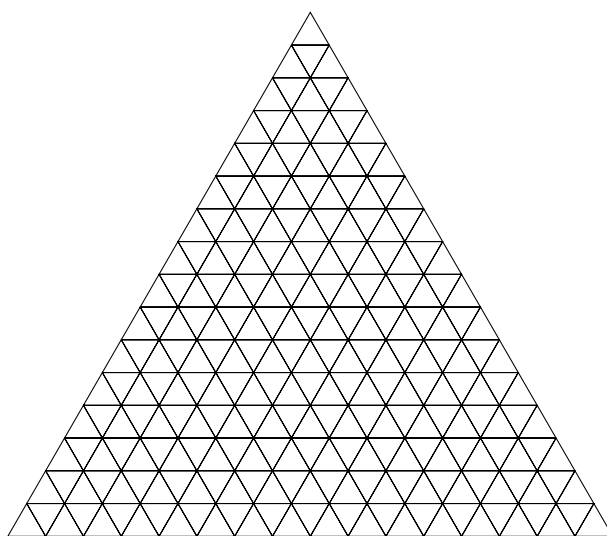


Em cada vértice de um triângulo menor há uma formiga. No mesmo instante, todas as formigas começam a caminhar com a mesma velocidade pelas retas da triangulação. No segundo seguinte, ao chegar a outro vértice giram  $60^{\circ}$  ou  $120^{\circ}$  à esquerda ou à direita e assim seguem movendo-se.

Determinar se é possível que este movimento se desenvolva para sempre sem ter nunca duas formigas em um mesmo vértice de um triângulo menor.

### NÍVEL III

Divide-se um triângulo equilátero em  $n^2$  triângulos equiláteros congruentes menores, veja figura ilustrativa, a seguir, para o caso de  $n = 16$ . Uma aranha está em um vértice e uma mosca em outro. Alternadamente, cada uma delas se movimenta para um vértice vizinho.



Prove que a aranha sempre pode pegar a mosca, independentemente de como ela se movimenta ao longo dos vértices.

### NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Desenham-se 1992 vetores no plano. Dois jogadores disputam uma partida, na qual jogam alternadamente. O movimento do primeiro jogador consiste em escolher um vetor ainda não escolhido e pintá-lo de vermelho. O segundo jogador, na sua vez de jogar, faz um movimento semelhante ao do primeiro jogador, mas pintando de verde. No final do jogo, quando todos os 1992 vetores tenham sido pintados, calculam-se a soma de todos os vetores vermelhos e de todos os vetores verdes. Se a soma de todos os vetores vermelhos for um vetor maior do que o vetor soma de todos os vetores verdes, o primeiro jogador vence.

O primeiro jogador possui uma estratégia que garante que ele não perde o jogo?