
Prezados Estudantes, Professores de Matemática e Diretores de Escola,

Os Problemas Semanais são um incentivo a mais para que os estudantes possam se divertir estudando Matemática, ao mesmo tempo em que se preparam para as Competições Matemáticas. Por favor, deixem os problemas em local onde todos os estudantes da Escola possam tomar conhecimento, se sintam desafiados a resolvê-los e divirtam-se com as soluções.

Problemas semanais de anos anteriores podem ser encontrados no endereço: www.ufrn.br/olimpiada/treinamento. Identificando os estudantes que resolveram os problemas, incentive-os a enviar suas soluções para serem publicadas na nossa página na internet. Encaminhe as soluções para: cgomesmat@yahoo.com.br ou cgmata@ccet.ufrn.br ou bene@ccet.ufrn.br iesus_diniz@yahoo.com.br.

Por favor, divulguem os problemas!

LISTA SEMANAL No. 19- Data 01/09/2014

NÍVEL I

Três formigas estão localizadas uma em cada vértice de um quadrado, deixando o outro vértice livre. Uma formiga pode se mover somente ao longo de uma reta paralela à reta determinada pelos pontos onde se encontram as outras duas formigas, movendo-se uma de cada vez.

Diga, justificando, se depois de vários movimentos das formigas, pode acontecer que todas elas atinjam o respectivo ponto médio de três lados distintos do quadrado.

NÍVEL II

Duas pessoas, A e B, disputam um jogo retirando moedas de uma pilha contendo inicialmente 2006 moedas. Os jogadores fazem seus movimentos alternadamente e A começa. Um movimento consiste em retirar da pilha de 1 a 7 moedas e cada jogador mantém-se com as moedas que foram removidas. Se um jogador desejar, na sua vez de jogar, pode abrir mão de retirar qualquer moeda da pilha, mas para fazer isso, tem que pagar 7 moedas das que retirou da pilha em movimentos anteriores. Estas 7 moedas são colocadas em uma caixa separada e já não participam mais do jogo. Vence quem retirou a última moeda.

Determine qual dos dois jogadores pode garantir a vitória, não importa como o outro jogue. Mostrar uma estratégia vencedora e explicar por que ela funciona.

NÍVEL III

Uma loteria vende 10000 bilhetes, que são numerados de 0000 até 9999. Quem compra um bilhete com um número cuja soma dos dígitos é igual a 18 ganha um carrinho de brinquedo. Quem compra um bilhete com um número no qual a soma dos dois primeiros dígitos é igual à soma dos dois últimos dígitos ganha um carro. Se o número do bilhete satisfaz a ambas as condições, o comprador não recebe prêmio algum.

Se vendem todos os bilhetes, os organizadores da loteria distribuem mais carrinhos de brinquedos do que carros? Qual a quantidade de cada um?

NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Sejam $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ números reais quaisquer.

Prove que
$$\sum_{i,j=1}^n \frac{a_i a_j}{i+j-1} \geq 0.$$