**Prezados Estudantes, Professores de Matemática e Diretores de Escola,**

Os Problemas Semanais são um incentivo a mais para que os estudantes possam se divertir estudando Matemática, ao mesmo tempo em que se preparam para as Competições Matemáticas. Por favor, deixem os problemas em local onde todos os estudantes da Escola possam tomar conhecimento, se sintam desafiados a resolvê-los e divirtam-se com as soluções.

Problemas semanais de anos anteriores podem ser encontrados no endereço: www.ufrn.br/olimpiada/treinamento. Identificando os estudantes que resolveram os problemas, incentive-os a enviar suas soluções para serem publicadas na nossa página na internet. Encaminhe as soluções para: cgomesmat@yahoo.com.br ou cgmat@ccet.ufrn.br ou bene@ccet.ufrn.br ou iesus_diniz@yahoo.com.br.

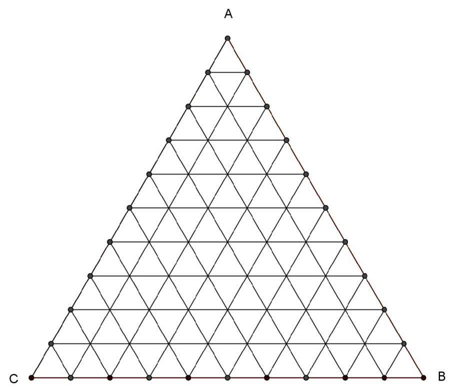
**Por favor, divulguem os problemas!**

---

**LISTA SEMANAL No. 21 - Data** 15/09/2014

## NÍVEL I

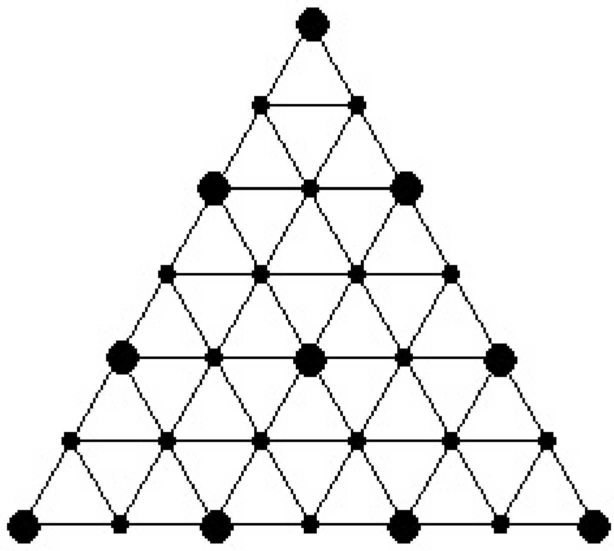
Divide-se um triângulo equilátero $ABC$ em 100 triângulos equiláteros menores congruentes, mediante paralelas aos seus lados, de modo que a altura de cada triângulo menor seja igual a 1, veja figura ilustrativa a seguir.




Qual é o maior número de vértices de triângulos pequenos que podem ser escolhidos de forma que não hajam dois deles em uma reta que seja paralela a qualquer um dos lados do triângulo $ABC$?

## NÍVEL II

Inicialmente, há uma formiga em cada um dos pontos pintados de preto na figura a seguir.



Todas as formigas começam a caminhar ao longo dos segmentos de retas, na mesma velocidade, e, chegando em um ponto marcado, cada besouro gira de $60^0$ ou $120^0$ em qualquer sentido e continua sua caminhada.

Demonstre que, mais cedo ou mais tarde, haverá pelo menos dois besouros num mesmo ponto marcado.
(Não nos interessa os pontos onde dois bezouros se cruzam fora dos extremos dos segmentos de reta )

## NÍVEL III

Pinta-se ou de vermelho ou de azul cada lado e diagonal de um polígono regular de $n$ lados, com n ímpar maior do que ou igual a 3. Um movimento permitido é escolher um vértice do polígono e mudar a cor de todos os segmentos que partem daquele vértice, se for vermelho passa a ser azul e vice-versa.

Prove que, não importa como os vértice foram inicialmente pintados, fazendo uma sequência finita de movimentos permitidos, é possível tornar um número par a quantidade de segmentos azuis que partem de cada vértice.

## NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Consider um polinômio

$$P(x) = x^{2012} + a_{2011}x^{2011} + \cdots + a_1 x + a_0$$

Albert Einstein e Homer Simpson disputam o jogo seguinte. Cada um, na sua vez de jogar, escolhe um dos coeficientes $a_0, a_1, \cdots, a_{2011}$ e o substitui por um número real. Albert faz o primeiro movimento. Quando um coeficiente é substituído por um número real, ele não pode ser mais alterado. O jogo termina quando quando todos os coeficientes foram substiuídos por números reais. O objetivo de Homer é tornar o polinómio $P(x)$ divisível por um polinômio fixo $m(x)$.

(a) Qual do jogadores possui uma estratégia vencedora se $m(x) = x - 2012$?
(b) Qual do jogadores possui uma estratégia vencedora se $m(x) = x^2 + 1$?