Prezados Estudantes, Professores de Matemática e Diretores de Escola,

Os Problemas Semanais são um incentivo a mais para que os estudantes possam se divertir estudando Matemática, ao mesmo tempo em que se preparam para as Competições Matemáticas. Por favor, deixem os problemas em local onde todos os estudantes da Escola possam tomar conhecimento, se sintam desafiados a resolvê-los e divirtam-se com as soluções.

Problemas semanais de anos anteriores podem ser encontrados no endereço: www.ufrn.br/olimpiada/treinamento. Identificando os estudantes que resolveram os problemas, incentive-os a enviar suas soluções para serem publicadas na nossa página na internet. Encaminhe as soluções para: cgomesmat@yahoo.com.br ou cgmat@ccet.ufrn.br ou bene@ccet.ufrn.br ou iesus_diniz@yahoo.com.br.

Por favor, divulguem os problemas!

LISTA SEMANAL No. 22 - Data 25/09/2014

NÍVEL I

Uma fileira de formigas marcha ao longo de um caminho reto, todas elas com a mesma velocidade constante. A distância entre a primeira e a última formiga é de 15 metros. Existe uma formiga inspetora, que caminha com a mesma velocidade constante, para supervisionar o movimento das colegas, indo da última formiga da fileira à primeira formiga, daí retornando para encontrar novamente a última. Quando a formiga inspetora encontra a última formiga está exatamente a 8 metros do ponto onde ela iniciou seu percurso.

Determine que distância total a formiga inspetora percorreu no seu movimento de ida e volta, da última à primeira e novamente à última formiga.

NÍVEL II

Escrevem-se um número inteiro positivo em cada uma das faces de um cubo e a cada um dos vértices do cubo associa-se o produto dos números que aparecem nas faces adjacentes ao vértice.

Se a soma dos números associados aos vértices é 70, qual é a soma de todos os números que aparecem nas faces?

NÍVEL III

Seja n um número inteiro positivo para o qual vale a desigualdade seguinte:

$$n < (45 + \sqrt{1975})^{30} < n + 1$$

Mostre que n é um número ímpar.

NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Seja $f \in C^{n+1}(\mathbb{R})$ e

$$ln\Big(\frac{f(b) + f'(b) + f''(b) + \cdots + f^{(n)}(b)}{f(a) + f'(a) + f''(a) + \cdots + f^{(n)}(a)}\Big) = b - a,$$

onde $a < b$.

Mostre que existe $c \in (a, b)$ tal que $f^{(n+1)}(c) = f(c)$.