

OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

Prezados Estudantes, Professores de Matemática e Diretores de Escolas,

Os **Problemas das Listas Semanais** são um incentivo a mais para que os estudantes possam se divertir estudando Matemática, ao mesmo tempo em que se preparam para as Competições Matemáticas. Por favor, fixem os problemas em local onde todos os estudantes da Escola possam tomar conhecimento.

As Listas com Problemas Semanais de anos anteriores podem ser encontrados no endereço:

<http://www.olimpiada.ccet.ufrn.br> - na pasta Treinamento.

Contatos com a Coordenação da OMRN:

cgomemat@yahoo.com.br ou cgmat@ccet.ufrn.br ou iesus_diniz@yahoo.com.br ou bene@ufrnet.br.

Por favor, divulguem os problemas!

LISTA SEMANAL Nº 11 - Data 11/05/2015

NÍVEL I

Dizemos que uma reta **trespassa** um quadrado se ela passa por um ponto da região (interior) limitada pelo quadrado. Num tabuleiro 8×8 traça-se uma reta.

Dentre as 64 casas do tabuleiro, qual é o número máximo de casas que uma reta pode trespassar?

NÍVEL II

Dois jogadores, A e B, disputam um jogo em que jogam alternadamente. No início, escreve-se o número 1000 no quadro-negro. Uma jogada consiste em subtrair o número que está escrito no quadro-negro de uma potência de 2 que seja menor do que ou igual a ele. A diferença é então escrita no quadro negro e o número anterior é apagado. O jogador que atinge o número 0 vence. O jogador A começa.

Quem vence: A ou B? Qual a estratégia vencedora?

NÍVEL III

Traçando dois pares de retas paralelas aos lados, divide o quadrado unitário em 9 quadrados de mesmas dimensões, veja Figura A a seguir.

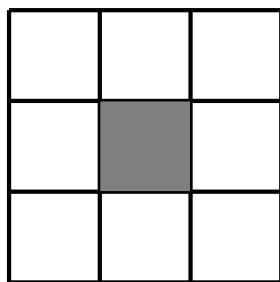


Figura A

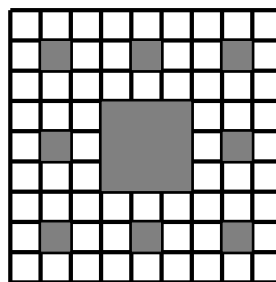


Figura B

Agora remova o quadrado central. Faça com relação aos 8 quadrados restantes o mesmo procedimento, veja Figura B acima, e prossiga fazendo isso com os quadrados restantes, repetindo o processo n vezes.

(a) Depois disso, restam quantos quadrados de lado medindo $\frac{1}{3^n}$?

(b) Qual é a soma das áreas dos quadrados removidos quando n tende ao infinito?

NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Sejam a, b números inteiros positivos tais que $(ab + 1)$ divide $(a^2 + b^2)$.

Mostre que $\frac{a^2 + b^2}{ab + 1}$ é o quadrado de um número inteiro.