

OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

Prezados Estudantes, Professores de Matemática e Diretores de Escolas,

Os **Problemas das Listas Semanais** são um incentivo a mais para que os estudantes possam se divertir estudando Matemática, ao mesmo tempo em que se preparam para as Competições Matemáticas. Por favor, fixem os problemas em local onde todos os estudantes da Escola possam tomar conhecimento.

As Listas com Problemas Semanais de anos anteriores podem ser encontrados no endereço:

<http://www.olimpiada.ccet.ufrn.br> - na pasta Treinamento.

Contatos com a Coordenação da OMRN:

cgomesmat@yahoo.com.br ou cgmatt@ccet.ufrn.br ou iesus_diniz@yahoo.com.br ou bene@ufrnet.br.

Por favor, divulguem os problemas!

LISTA SEMANAL Nº 12 - Data 18/05/2015

NÍVEL I

Dois jogadores, A e B, disputam um jogo, em que jogam alternadamente. O jogador A começa. Uma jogada consiste em apagar um dos números inteiros do conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 27\}$ até que reste somente dois números. Se a soma desses dois últimos números for divisível por 5, o jogador A vence, caso contrário, vence o jogador B.

Se cada jogador faz suas melhores jogadas, quem vence: A ou B? Qual é a estratégia para vencer?

NÍVEL II

Dois jogadores disputam um jogo em que jogam alternadamente. Uma jogada consiste em escolher 9 números inteiros da sequência $1, 2, 3, \dots, 100, 101$ e apagá-los. Depois de onze rodadas existe somente dois números. O segundo jogador paga então, em reais, ao primeiro jogador a diferença positiva entre os dois números.

Prove que o primeiro jogador ganha no mínimo 55 reais, não importa como o segundo jogador jogue.

NÍVEL III

Escreve-se a seguinte equação quadrática faltando os três coeficientes:

$$\dots x^2 + \dots x + \dots = 0$$

Dois jogadores, A e B, disputam um jogo em que jogam alternadamente. Um movimento consiste em o jogador A escolher três números distintos não nulos e o jogador B colocá-lo como coeficiente na equação dada, na ordem que ele desejar. O jogador A é considerado vencedor se a equação quadrática resultante possui raízes distintas.

Mostre que é possível o jogador A escolher 3 números de modo que a equação final possua duas raízes distintas, independentemente de como o jogador B faça seus movimentos.

NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Escreve-se a seguinte equação cúbica faltando três dos quatro coeficientes:

$$x^3 + \dots x^2 + \dots x + \dots = 0$$

Dois jogadores, A e B, disputam um jogo em que jogam alternadamente. Um movimento consiste em o jogador A escolher um número e o jogador B colocá-lo como coeficiente na equação dada, na posição vaga que ele quiser. Depois de três movimentos o jogo termina.

É possível o jogador A escolher 3 números de modo que a equação final possua três raízes distintas, independentemente de como o jogador B faça seus movimentos?