

## OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

---

**Prezados Estudantes, Professores de Matemática e Diretores de Escolas,**

Os **Problemas das Listas Semanais** são um incentivo a mais para que os estudantes possam se divertir estudando Matemática, ao mesmo tempo em que se preparam para as Competições Matemáticas. Por favor, fixem os problemas em local onde todos os estudantes da Escola possam tomar conhecimento.

As Listas com Problemas Semanais de anos anteriores podem ser encontrados no endereço:

**<http://www.olimpiada.ccet.ufrn.br>** - na pasta Treinamento.

**Contatos com a Coordenação da OMRN:**

cgomesmat@yahoo.com.br ou cgmatt@ccet.ufrn.br ou iesus\_diniz@yahoo.com.br ou bene@ufrnet.br.

**Por favor, divulguem os problemas!**

---

### **LISTA SEMANAL Nº 13 - Data 25/05/2015**

#### **NÍVEL I**

Considere um tabuleiro de xadrez comum  $8 \times 8$ , com as casas pintadas alternadamente de branco e preto. Um movimento permitido é trocar de posição duas linhas ou duas colunas.

Fazendo uma sequência de tais movimentos, é possível obter um tabuleiro no qual a metade das casas sejam brancas e na outra metade as casas sejam pretas?

#### **NÍVEL II**

Uma chapa quadrada de dimensões  $23 \times 23$  foi formada juntando várias chapas quadradas de dimensões  $1 \times 1$ ,  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$ .

Qual é o número mínimo de chapas quadradas de dimensão  $1 \times 1$  necessárias para fazer isso?

#### **NÍVEL III**

Seja  $K$  um número inteiro positivo. Duas pessoas, A e B, disputam o jogo seguinte em que jogam alternadamente. O jogador A escreve uma lista de inteiros positivos não maiores do que 25, não necessariamente distintos, tal que a soma deles seja no mínimo 200. O jogador B ganha se pode escolher alguns desses números de modo que a soma  $S$  satisfaz a condição  $(200 - K) \leq S \leq (200 + K)$ .

Qual é o menor valor de  $K$  para o qual o jogador B possui uma estratégia vencedora?

#### **NÍVEL UNIVERSITÁRIO**

Seja  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  uma função diferenciável, tal que  $f(tX) = tf(X)$ , para todo  $X \in \mathbb{R}^n$ , e  $t > 0$ .

Mostre que  $f$  é linear.