

OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

Prezados Estudantes, Professores de Matemática e Diretores de Escolas,

Os **Problemas das Listas Semanais** são um incentivo a mais para que os estudantes possam se divertir estudando Matemática, ao mesmo tempo em que se preparam para as Competições Matemáticas. Por favor, fixem os problemas em local onde todos os estudantes da Escola possam tomar conhecimento. As Listas com Problemas Semanais de anos anteriores podem ser encontrados no endereço:

<http://www.olimpiada.ccet.ufrn.br> - na pasta Treinamento.

Contatos com a Coordenação da OMRN:

cgomesmat@yahoo.com.br ou cgmata@ccet.ufrn.br ou iesus_diniz@yahoo.com.br ou bene@ufrnet.br.

Por favor, divulguem os problemas!

LISTA SEMANAL Nº 22 - Data 27/07/2015

NÍVEL I

Ana e Célia jogam da seguinte maneira:

Ana deve pintar cada ponto de um círculo ou de vermelho ou de azul.

Célia deve escolher três pontos sobre o círculo pintado que determinem um triângulo cujos ângulos internos tenham por medida 30° , 50° e 100° , respectivamente.

Célia vence se o triângulo possui os três vértices de mesma cor. Caso contrário, Ana vence.

Ana pode pintar o círculo de modo que Célia não possa vencer? No caso de uma resposta negativa, explicar por que. No caso de uma resposta afirmativa, mostrar uma pintura.

NÍVEL II

Usando duas cores, digamos azul e vermelho, pintamos um círculo. Independente da pintura, existe sempre um triângulo equilátero inscrito no círculo com os três vértices de mesma cor? E um triângulo retângulo?

NÍVEL III

Um governo cruel prendeu um matemático e o sentenciou à morte. O juiz quis lhe dar uma chance de escapar. Para isso, o obrigou a disputar o jogo seguinte. São dadas duas caixas idênticas, uma contém duas bolas brancas e uma bola preta e a outra contém duas bolas pretas e uma bola branca. O condenado tem de retirar aleatoriamente uma bola de uma das caixas. Se retirar uma bola preta, será executado; se a bola retirada não for preta, será libertado.

Qual é a probabilidade de que o matemático sobreviva?

NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Seja $A = (a_{ij})$ uma matriz quadrada de ordem n sobre o corpo dos números reais tal que, para todo i , temos

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} = a.$$

Se $A^2 = I$, onde I é a matriz identidade, encontre o valor de a .