

Prezados Estudantes, Professores de Matemática e Diretores de Escolas,

Os **Problemas das Listas Semanais** são um incentivo a mais para que os estudantes possam se divertir estudando Matemática, ao mesmo tempo em que se preparam para as Competições Matemáticas. Por favor, fixem os problemas em local onde todos os estudantes da Escola possam tomar conhecimento.

As Listas com Problemas Semanais de anos anteriores podem ser encontrados no endereço:

<http://www.olimpiada.ccet.ufrn.br> - na pasta Treinamento.

Contatos com a Coordenação da OMRN:

cgomesmat@yahoo.com.br ou cgmatt@ccet.ufrn.br ou iesus_diniz@yahoo.com.br ou bene@ufrnet.br.

Por favor, divulguem os problemas!

LISTA SEMANAL Nº 23 - Data 20/07/2015

NÍVEL I

Marcam-se sobre um círculo 10 pontos brancos e um ponto preto. Considere todos os possíveis polígonos convexos que possui seus vértices nestes pontos. Separamos os polígonos em dois tipos:

Tipo 1: os que possuem somente vértices brancos;

Tipo 2: os que possuem o ponto preto como um de seus vértices.

Existem mais polígonos do tipo 1 ou do tipo 2? Quantos mais?

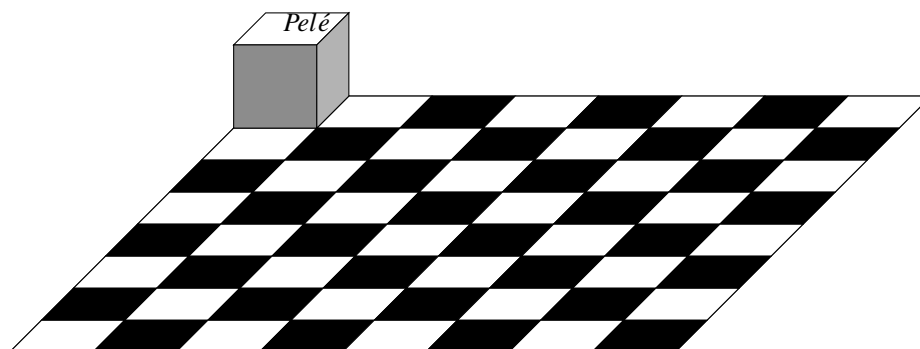
NÍVEL II

Cinco pessoas tem juntas 719 reais e cada uma possui uma quantidade inteira de reais. Além disso, nenhum par delas tem a mesma quantidade de reais e sabe-se que a razão entre a quantia de uma pessoa e a quantia de outra pessoa é um número inteiro.

Determine, em reais, quanto possui cada pessoa.

NÍVEL III

No canto superior esquerdo de um tabuleiro 8×8 tem um cubo cujas faces possuem as mesmas dimensões que as casas do tabuleiro, isto é, o cubo cobre perfeitamente cada casa do tabuleiro. Na face do topo do cubo está escrito o nome do notável ex-jogador de futebol brasileiro: Pelé, veja Figura a seguir.



O desafio é fazer o cubo tombar (sem deslizar) em torno de uma aresta para uma casa adjacente (movimentos na diagonal não são permitidos) de maneira tal que, com esses movimentos, o cubo visite cada casa do tabuleiro uma única vez e termine no canto adjacente àquele em que começou e com o nome do Pelé escrito no topo do cubo, mas o nome Pelé não pode aparecer no topo do cubo em nenhum momento do trajeto antes da casa final!

Isto é possível? Se não, diga porquê. Se sim, mostre o trajeto do cubo ao longo do tabuleiro.

NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Descreva todas as sequências de números reais $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$ tais que

$$|x_m - x_n| < \frac{2mn}{m^2 + n^2},$$

para todos inteiros positivos m e n .