
XXVI COMPETIÇÃO MATEMÁTICA DO RIO GRANDE DO NORTE - 2015

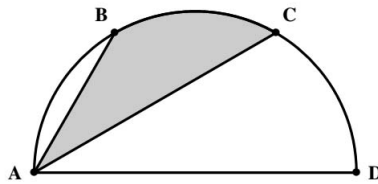
PROVA DA SEGUNDA FASE - NÍVEL III
1º, 2º e 3º Anos do Ensino Médio - 03/10/2015

Problema 1

Um lojista tem 40 barras de chocolate, cada uma das quais pesa 2, 3 ou 4 gramas. O peso total das barras é 160 gramas. Quais das barras o lojista tem mais: barras de 2 ou 4 gramas?

Problema 2

Na figura a seguir, temos um semi-círculo de raio $R = 10$ cm. Os pontos B e C dividem o semi-círculo AD em três arcos de comprimentos iguais.



Calcular a área sombreada do triângulo curvilíneo ABC.

Problema 3

Considere a matriz quadrada A de ordem 100×100

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & 99 & 100 \\ 2 & 3 & 4 & \dots & 100 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 99 & 100 & 1 & \dots & 97 & 98 \\ 100 & 1 & 2 & \dots & 98 & 99 \end{bmatrix}$$

na qual é permitido somar ou diminuir o mesmo número a todos os elementos de uma mesma linha ou coluna. Aplicando operações deste tipo, é possível obter de A uma matriz com todas entradas iguais?

Problema 4

Se A, B e C são as medidas dos ângulos internos de um triângulo acutângulo ABC (cada um dos três ângulos medem menos que 90°), mostre que para todo inteiro positivo n temos:

$$\operatorname{tg}^n A + \operatorname{tg}^n B + \operatorname{tg}^n C \geq 3^{1+\frac{n}{2}}$$