

OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

LISTA SEMANAL Nº 03 - Data 15/02/2016

PROBLEMA PARA O NÍVEL I

Num planeta muito distante, o ano tem 2016 dias. Em cada dia do ano, cada habitante do planeta mente ou diz a verdade durante todo o dia. Para um habitante do planeta foi feita a seguinte pergunta:

Quantos dias você mente no ano?

O habitante respondeu:

No primeiro dia: "Eu minto pelo menos um dia no ano".

No segundo dia: "Eu minto pelo menos dois dias no ano".

No terceiro dia: "Eu minto pelo menos três dias no ano".

E assim, sucessivamente, todos os dias do ano.

Quantos dias do ano mente o referido habitante do planeta?

PROBLEMA PARA O NÍVEL II

Uma peça L é formada a partir de quadrados 2×2 , dos quais retiramos um dos quatro cantos, veja Figura A a seguir. Diga, justificando, se é possível cobrir um tabuleiro 5×7 , Figura B a seguir, usando peças L 's, de modo que a cobertura, em várias camadas, não cruze as fronteiras do tabuleiro e de maneira tal que cada casa seja coberta pelo mesmo número de peças L .

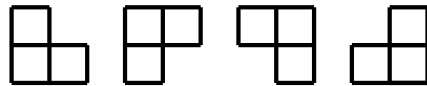


Figura A- Peça L

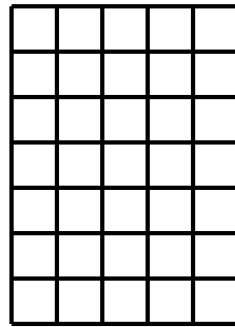


Figura B - Tabuleiro 5×7

PROBLEMA PARA O NÍVEL III

Seja $n \geq 2$ um número inteiro positivo. Temos $2n$ bolas, e cada uma delas é identificada por um número inteiro. Sabemos que, sempre que formamos n pares de bolas, duas delas possuem a mesma soma.

(1) Demonstre que existem quatro bolas identificadas com o mesmo número.

(2) Demonstre que a quantidade total de números inteiros distintos empregados para identificar as bolas é no máximo $n - 1$.

PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Um jogador de xadrez disputa no mínimo um jogo todo dia e no máximo 12 jogos toda semana.
Prove que existe uma sequência de dias consecutivos nos quais ele disputa exatamente 20 jogos.