

# OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

LISTA SEMANAL Nº 08 - Data 21/03/2016

## PROBLEMA PARA O NÍVEL I

Um livro possui 304 folhas, com as páginas numeradas de 1 a 608. Maria escolheu 35 folhas e somou os 50 números dos lados de cada uma das folhas escolhidas. Ela encontrou o número 2016. Maria cometeu erro na conta?

### Solução

Sim, Maria errou.

A soma dos números em cada folha do livro é ímpar e a soma de um número ímpar de ímpares é ímpar. Mas, 2016 é um número par. Logo, Maria errou na sua conta.

## PROBLEMA PARA O NÍVEL II

João colocou suas cabras num caminhão para vender na feira. Também pôs no caminhão uma quantidade de repolhos exatamente igual ao quadrado do número de cabras. Durante a viagem, cada cabra comeu dois repolhos. Na feira, João vendeu 5 cabras e um número de repolhos. No final do dia, ele observou com surpresa que o número de repolhos que tinha era igual ao quadrado do número de cabras que tinha sobrado. Em seguida, colocou tudo o que não vendeu no caminhão e retornou. Mas durante a viagem, cada cabra comeu dois repolhos e chegando em sua casa, João tinha cabras mas não mais repolho. Quantos repolhos João vendeu na feira?

### Solução

A resposta é 31.

Seja  $x$  a quantidade de cabras que João colocou no caminhão. Assim, pela hipótese, concluímos que João colocou  $x^2$  repolhos no caminhão.

Ao chegar ao mercado, sobraram  $x^2 - 2x$  repolhos. Se ele vendeu  $y$  repolhos sobraram  $x^2 - 2x - y$ . Mas, como João vendeu 5 cabras, sobraram  $x - 5$  cabras.

Assim, temos

$$x^2 - 2x - y = (x - 5)^2 \quad (*)$$

Durante a viagem de volta os  $x^2 - 2x - y$  repolhos foram comidos por  $x - 5$  cabras, que, por hipóteses, comiam na razão de 2 por cabra.

Logo, temos:

$$x^2 - 2x - y = 2(x - 5) \quad (**)$$

De (\*) e (\*\*), podemos concluir que

$$(x - 5)^2 = 2(x - 5), \text{ com, } (x - 5) \neq 0.$$

Portanto,  $x - 5 = 2$  o que implica  $x = 7$ , que é o número de cabras. Substituindo esse valor em (\*), obtemos:

$$7^2 - 2 \cdot 7 - y = (7 - 5)^2 \implies 49 - 14 - y = 4 \implies y = 31$$

