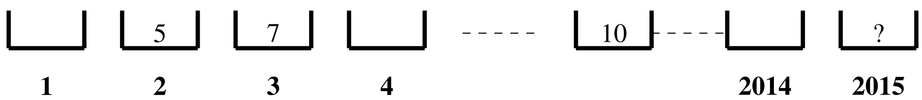
OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

LISTA SEMANAL Nº 09 - Data 28/03/2016

PROBLEMA PARA O NÍVEL I

Distribuem-se bolas em 2015 caixas arrumadas em linha reta, conforme a figura a seguir. O total de bolas em quaisquer quatro caixas consecutiva é 30.



Quantas bolas tem na caixa de número 2015?

PROBLEMA PARA O NÍVEL II

Suponha que os vértices de um polígono regular de 20 lados são coloridos com três cores: vermelho, azul e verde, de tal maneira que existem exatamente três vértices vermelhos. Provar que existem três vértices do polígono, A, B, C, tendo a mesma cor, de modo que o triângulo ABC é isósceles.

PROBLEMA PARA O NÍVEL III

Dois jogadores, A e B, disputam o seguinte jogo, em que jogam alternadamente. Escrevem-se no quadro-negro os 20 números naturais consecutivos:

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \ldots\ldots \quad 19 \quad 20$$

Uma jogada consiste em colocar um sinal **+** ou **-** no espaço que antecede um desses números. Depois que todos os sinais são colocados, o jogador B ganha em reais o valor absoluto da soma resultante. O jogador A começa. Quanto, no mínimo, o jogador B pode ganhar?

PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Seja $\mathbb{R}$ o conjunto dos números reais. Encontre todas as funções $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ tais que

$$f\left(x^2+f(y)\right)=y+\left(f(x)\right)^2, \quad \textit{para todo } x,y \in \mathbb{R}.$$