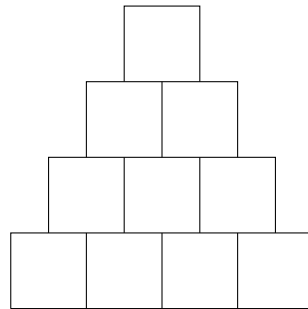


# OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

LISTA SEMANAL Nº 12 - Data 18/04/2016

## PROBLEMA PARA O NÍVEL I

Escrever um número em cada casa da figura a seguir de modo que satisfaçam as seguintes condições:



- (i) Em casa da linha inferior, exceto a primeira, o número escrito seja o dobro que o da casa à sua esquerda;
- (ii) Nas demais casas, cada número seja igual à soma dos números das casas da fila imediatamente inferior que a tocam.
- (iii) A soma dos 10 números escritos seja igual a 2070.

## PROBLEMA PARA O NÍVEL II

Ordenar em uma fila os números naturais de 1 a 20 de modo que as 19 somas de dois números consecutivos na fila sejam números primos.

## PROBLEMA PARA O NÍVEL III

Encontre a quantidade de possíveis triângulos retângulos não congruentes para os quais o perímetro e a área, medidos em  $cm$  e  $cm^2$ , respectivamente, sejam numericamente iguais.

## PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Um intervalo  $I$  na reta real é um conjunto de pontos  $x$  para os quais  $a \leq x \leq b$ , para um par de números reais  $a$  e  $b$  com  $a < b$ . Seja  $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$  uma coleção de intervalo que cobre um intervalo  $I$ , isto é  $I \subseteq \cup_{k=1}^n I_k$ . Prove que, da coleção de subintervalos  $I_k$  dados, é possível escolher intervalos mutuamente disjuntos que cobrem pelo menos a metade de  $I$ .