

OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

SOLUÇÃO DA LISTA SEMANAL Nº 18 - Data 18/07/2016

PROBLEMA PARA O NÍVEL I

Quando colocamos num tabuleiro uma torre (peça do jogo de xadrez), que vamos denotar por **T**, esta ataca todas as casas que estão numa mesma linha ou coluna. No tabuleiro 4×4 a seguir, colocamos duas torres e verificamos que elas atacam 10 casas.

	*	*	
	*	*	
*	*	T	*
*	T	*	*

Se colocarmos quatro torres num tabuleiro 100×100 da maneira mostrada a seguir

	T				...
		T			...
			T		...
				T	
					⋱
⋮	⋮	⋮			

quantas casas atacam essas quatro torres?

PROBLEMA PARA O NÍVEL II

Sejam A e B dois números inteiros positivos. Dizemos que A é filho de B , se $A < B$, A é um divisor de B e, além disso, a soma dos dígitos de A é igual a soma dos dígitos de B .

Por exemplo, 12 é filho de 300, pois $12 < 300$, 12 é divisor de 300, e, além disso, $1 + 2 = 3 = 3 + 0 + 0$.

Quantos filhos possui o número 110.000?

PROBLEMA PARA O NÍVEL III

Existem 7 caixas dispostas em linha reta, uma após a outra, numeradas de 1 a 7. Você possui uma pilha contendo 2016 cartões e pretende colocá-los um por um dentro das caixas. O primeiro cartão é colocado na caixa de número 1, o segundo é colocado na caixa de número 2 e, assim por diante, até o sétimo cartão, que é colocado na caixa de número 7. Então começa a organizar os cartões na outra direção, colocando o oitavo cartão na caixa de número 6, o nono cartão na caixa de número 4, até o décimo terceiro cartão, que é colocado na caixa de número 1. O décimo quarto cartão é então colocado na caixa de número 2, e isto continua até que todos os cartões sejam distribuídos.

Qual é o número da caixa em que será colocado o último cartão?

PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Mostre que a equação

$$m^{n^m} = n^{m^n}$$

não admite solução nos inteiros positivos ($m \neq n$).