

XXVII OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO
RIO GRANDE DO NORTE - 2016

PROVA DO NÍVEL III

PROBLEMA 1

Calcule a soma de todos os divisores do número $K = 19^{88} - 1$ que sejam da forma $2^x \times 3^y$, com x, y inteiros positivos.

PROBLEMA 2

Considere um tabuleiro eletrônico 4×4 , onde inicialmente todas as casas possuem uma luz vermelha acesa. A cada minuto, pode-se apertar o centro de cada casa, para mudar a luz vermelha por uma luz verde nesta casa e nas casas adjacentes (Uma casa é adjacente a outra se possui um lado em comum). Qual é o número mínimo de minutos necessários para se obter o tabuleiro com somente as luzes verdes acesas?

PROBLEMA 3

Um triângulo ABC é tal que as medidas dos seus lados são: $\overline{BC} = a$, $\overline{AC} = b$ e $\overline{AB} = c$. Se

$$(a^2 + b^2 + c^2)^2 = 4a^2b^2 + b^2c^2 + 4c^2a^2,$$

determine as possíveis medidas do ângulo do vértice A .

PROBLEMA 4

Dizemos que uma sequência, S , de letras é um *quase palíndromo* se S e o inverso de S diferem por exatamente dois lugares.

Por exemplo, a sequência **NATAL** é um **quase palíndromo** pois a sequência inversa **LATAN** difere da sequência original, **NATAL**, apenas pelas posições das letras **N** e **L**.

Encontre a quantidade de maneiras de ordenar as letras da sequência **NAATTNRARTRLA** para se obter um *quase palíndromo*.