

XXVII OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO
RIO GRANDE DO NORTE - 24/09/2016

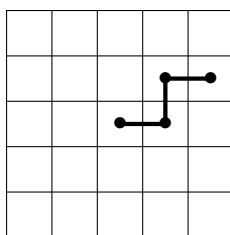
PROVA DO NÍVEL I

PROBLEMA 1

Um agricultor tem uma plantação de milho que ocupa um terreno quadrado em forma de um tabuleiro 999×999 , onde cada pé de milho foi plantado no centro de cada quadrado 1×1 do terreno. Um dia ele observou que a planta no centro do quadrado central estava doente e que todos os dias, todas as plantas adjacentes a uma planta doente ficavam doentes. Depois de quantos dias todas as plantas do agricultor ficaram doentes?

Solução

Depois de k dias, as plantas doentes são aquelas situadas a uma **distância** de no máximo k do centro do quadradinho central, onde a **distância** aqui significa o comprimento do caminho formado pela união dos segmentos ligando centros de quadrados adjacentes, veja figura a seguir para o caso de um tabuleiro 5×5 .



As plantas localizadas no centro dos quadrados dos cantos do tabuleiro são as mais distantes. No caso do tabuleiro 5×5 elas estão a uma distância 4 do centro do tabuleiro e, raciocinando de modo análogo, no caso do tabuleiro 999×999 estão a uma distância de 998 do centro do tabuleiro. Portanto, todas as plantas adoecerão depois de 998 dias.

PROBLEMA 2

Um livro possui 304 folhas, com as páginas numeradas de 1 a 608. Maria escolheu 25 folhas e somou os 50 números dos lados de cada uma das folhas escolhidas. Ela encontrou o número 2016. Maria cometeu erro na conta? Explique

Solução

Sim, Maria errou.

A soma dos números em cada folha do livro é ímpar e a soma de uma quantidade ímpar de números ímpares é ímpar. Mas, 2016 é um número par. Logo, Maria errou na sua conta.

Nota - Como ocorreu imperfeição na folha dos problemas entregue aos estudantes, para efeito de correção da prova consideramos como correto os que resolveram a questão com os seguintes enunciados:

-Um livro possui 304 folhas, com as páginas numeradas de 1 a 608. Maria escolheu 25 folhas e somou os 50 números dos lados de cada uma das folhas escolhidas. Ela encontrou o número 2016. Maria cometeu erro na conta? Explique.

ou

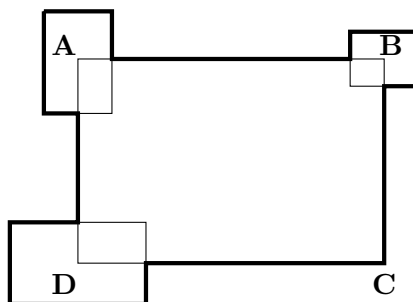
-Um livro possui 304 folhas, com as páginas numeradas de 1 a 608. Maria escolheu 35 folhas e somou os 70 números dos lados de cada uma das folhas escolhidas. Ela encontrou o número 2016. Maria cometeu erro na conta? Explique.

A resposta é a mesma nos dois casos.

PROBLEMA 3

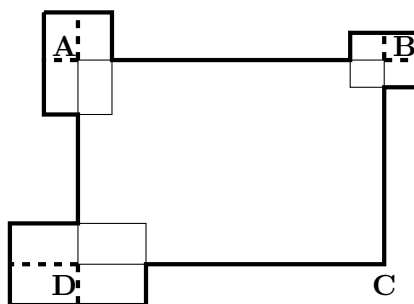
O perímetro do retângulo $ABCD$ é 30 cm (soma dos comprimentos dos seus lados). Três outros retângulos foram colocados como se representa na figura a seguir: os seus centros estão nos pontos A, B e D e cada um dos seus lados é paralelo ou a AB ou a AD . A soma dos perímetros destes três novos retângulos é 20 cm.

Qual é o comprimento da linha mais grossa, assinalada na figura?



Solução

Observe que os pontos A, B, C, D são, respectivamente, os centros dos retângulos menores. Agora, para facilitar o entendimento, prolongue os lados AB, BC, CD e DA do retângulo maior, veja figura a seguir.



Agora, é fácil ver que o comprimento da linha grossa é igual ao perímetro do retângulo $ABCD$ mais a metade do perímetro dos três retângulos menores: $30 + \frac{1}{2} \times 20 = 30 + 10 = 40$, que é a resposta.

PROBLEMA 4

Um grupo de pais de família entrou num edifício, que possui uma escada com 198 degraus igualmente distribuídos entre seus 12 andares. O grupo subiu pelos degraus e, quando estava no degrau de número 162, encontrou com a pessoa a qual procurava, que vinha descendo. No piso de que andar houve o encontro?

Solução

De baixo para cima, vamos nomear os degraus por: 1, 2, 3, ..., 198. Agora, observe que os 198 degraus se distribuem da seguinte forma:

- Os degraus que vão do térreo ao primeiro andar são os numerados de 1 a 18, ou seja, o degrau de número 18 está no primeiro andar;
- Os degraus que vão do primeiro andar ao segundo andar são numerados 19 ao 36, ou seja o degrau 36 está no segundo andar;

- E assim por diante
- Os degraus que vão do **décimo primeiro andar** ao **décimo segundo andar** são os numerados de 180 a 198.

Isto significa que os 198 degraus da escada se dividem em 11 partes. Como, por hipótese, estão igualmente distribuídos, em cada parte existem $\frac{198}{11} = 18$ degraus.

Como $162 = 18 \times 9$, o degrau de número 162, que é o último degrau entre o nono e o décimo andar, nos revela, pois, que o encontro ocorreu no **décimo** andar.