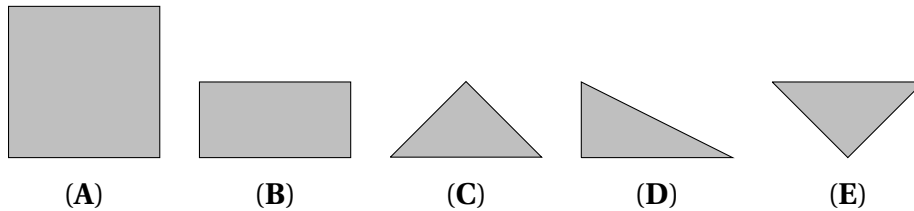


OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

LISTA SEMANAL Nº 01 - Data 06/03/2017

PROBLEMA PARA O NÍVEL I

Uma folha de papel quadrada é dobrada na metade e, em seguida, dobrada novamente na metade. Qual das figura a seguir



não pode representar a forma final da folha de papel inicial?

PROBLEMA PARA O NÍVEL II

Durante a festa de Natal, Papai Noel distribuiu igualmente doces para as crianças: 47 chocolates e 74 marmeladas. Cada menina recebeu 1 chocolate a mais do que cada menino, mas cada um dos meninos recebeu 1 marmelada a mais do que cada menina. Qual era o número total de crianças?

PROBLEMA PARA O NÍVEL III

Alphonse e Beryl disputam um jogo com as seguintes regras:

- (1) Inicialmente, tem-se uma pilha com N pedras, com $N \geq 2$.
- (2) Os jogadores jogam alternativamente e Alphonse começa.
- (3) Na sua primeira jogada, Alphonse deve remover da pilha pelo menos 1 e no máximo $N - 1$ pedras.
- (4) Se, na sua vez de jogar, um jogador remove k pedras, seu opositor, na sua jogada consecutiva, deve remover pelo menos 1 e no máximo $2k - 1$ pedras.
- (5) O jogador que remove a última pedra, ganha o jogo.

- (a) Determine quem deve ganhar o jogo quando $N = 7$ e explique a estratégia vencedora.
(b) Determine quem deve ganhar o jogo quando $N = 8$ e explique a estratégia vencedora.
(c) Determine todos os valores de N para os quais Beryl tem uma estratégia vencedora e explique esta estratégia.

PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Considere um polinômio com coeficientes reais

$$f(x) = x^{2012} + a_{2011}x^{2011} + a_{2010}x^{2010} + \dots + a_1x + a_0.$$

Albert Einstein e Homer Simpson disputam o jogo seguinte em que jogam alternadamente. Na sua vez de jogar, cada um deles escolhe um dos coeficientes $a_{2011}, a_{2010}, \dots, a_1, a_0$ e o substitui por um número real. Se o coeficiente foi escolhido por um dos jogadores, não pode ser mais alterado. Albert inicia o jogo. O jogo termina depois que todos os coeficientes forem substituídos.

Homer vence o jogo se o polinômio final $f(x)$ for divisível por um polinômio dado $m(x)$. Albert vence se o polinômio final não for divisível pelo polinômio dado $m(x)$.

- (a) Qual dos dois jogadores possui uma estratégia vencedora se $m(x) = x - 2012$?
(b) Qual dos dois jogadores possui uma estratégia vencedora se $m(x) = x^2 + 1$?