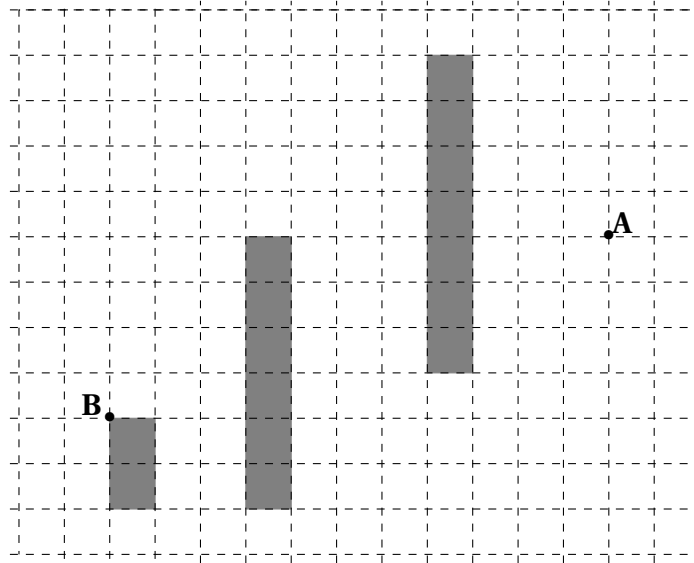


# OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

LISTA SEMANAL Nº 02 - Data 13/03/2017

## PROBLEMA PARA O NÍVEL I

O jovem Ali quer mover-se do ponto  $A$  ao ponto  $B$ , veja figura a seguir.

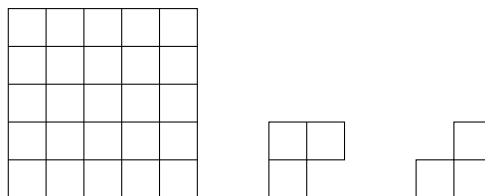


Ele não pode andar dentro das áreas pretas, mas ele é livre para se mover em qualquer direção dentro as áreas brancas (não somente na malha, mas em todo o plano).

Ajude o jovem Ali a encontrar o menor caminho entre os pontos  $A$  e  $B$ , desenhando o caminho e escrevendo seu comprimento.

## PROBLEMA PARA O NÍVEL II

Dois jogadores,  $A$  e  $B$ , disputam o jogo seguinte. O jogador  $A$  marca várias casas de um tabuleiro  $5 \times 5$ . O jogador  $B$  vence ganha se ele pode cobrir todas as casas marcadas usando peças *esquinadas*  $2 \times 1$  (ou  $1 \times 2$ ), veja figura a seguir.



As peças *esquinadas* devem estar inteiramente dentro do tabuleiro e não se sobrepõem. Qual é o menor número de casas que o jogador  $A$  deve marcar para impedir que o jogador  $B$  vença?

### PROBLEMA PARA O NÍVEL III

Chamamos o ponto do plano  $P = (m, n)$  de **ponto visível**, se ambas as coordenadas  $m, n$  são números inteiros, com  $MDC(m, n) = 1$ .

Prove que existe um tabuleiro  $100 \times 100$  no qual nenhuma das coordenadas dos vértices de suas  $100^2$  casas são pontos visíveis.

### PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Dado um inteiro  $n > 1$ , seja  $S_n$  o grupo das permutações dos números  $1, 2, 3, \dots, n$ . Dois jogadores,  $A$  e  $B$ , disputam o seguinte jogo, em que jogam alternadamente. O jogador  $A$  começa. Uma jogada consiste em escolher um (único) elemento do grupo  $S_n$ . Não pode ser escolhido um elemento que já tenha sido escolhido. O jogo termina no momento em que os elementos escolhidos geram todo o grupo  $S_n$ . O jogador que faz o último movimento perde o jogo.

Quem vence:  $A$  ou  $B$ ? Qual a estratégia vencedora?